
PROBLEMAS RESOLVIDOS DE FÍSICA

Prof. Anderson Coser Gaudio

Departamento de Física – Centro de Ciências Exatas – Universidade Federal do Espírito Santo

<http://www.cce.ufes.br/anderson>

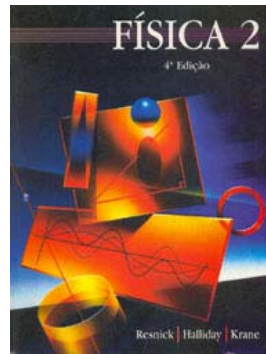
anderson@npd.ufes.br

Última atualização: 28/11/2006 15:02 H

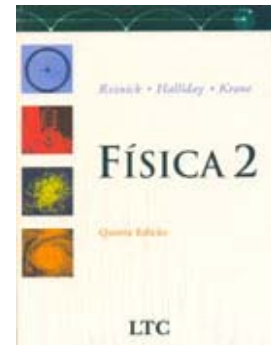
24 - Lei de Ampère



Fundamentos de Física 2
Halliday, Resnick, Walker
4ª Edição, LTC, 1996
[Cap. 31 - Lei de Ampère](#)



Física 2
Resnick, Halliday, Krane
4ª Edição, LTC, 1996
[Cap. 35 - Lei de Ampère](#)



Física 2
Resnick, Halliday, Krane
5ª Edição, LTC, 2003
[Cap. 33 - O Campo Magnético de uma Corrente](#)



Prof. Anderson (Itacaré, BA - Fev/2006)



HALLIDAY, RESNICK, WALKER, FÍSICA, 4.ED., LTC, RIO DE JANEIRO, 1996.

FUNDAMENTOS DE FÍSICA 3

CAPÍTULO 31 - LEI DE AMPÈRE

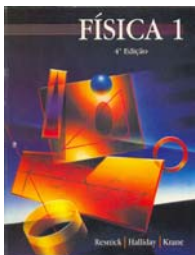
EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

[\[Início documento\]](#)

[\[Início seção\]](#)

[\[Início documento\]](#)



RESNICK, HALLIDAY, KRANE, FÍSICA, 4.ED., LTC, RIO DE JANEIRO, 1996.

FÍSICA 3

CAPÍTULO 35 - LEI DE AMPÈRE

PROBLEMAS

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	<u>12</u>	13	<u>14</u>	<u>15</u>	16	<u>17</u>	18	19	20
<u>21</u>	22	23	24	25	26	27	28	29	<u>30</u>
31	32	33	34	35	<u>36</u>	<u>37</u>	<u>38</u>	39	40
41	<u>42</u>	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	<u>55</u>	56				

[\[Início documento\]](#)

12. Um longo grampo de cabelo é formado dobrando-se um fio, como mostra a Fig. 32. Se uma corrente i de 11,5 A passar pelo fio, (a) quais serão a direção, o sentido e a intensidade de \mathbf{B} no ponto a ? (b) E no ponto b , que está muito distante de a ? Considere $R = 5,20$ mm.

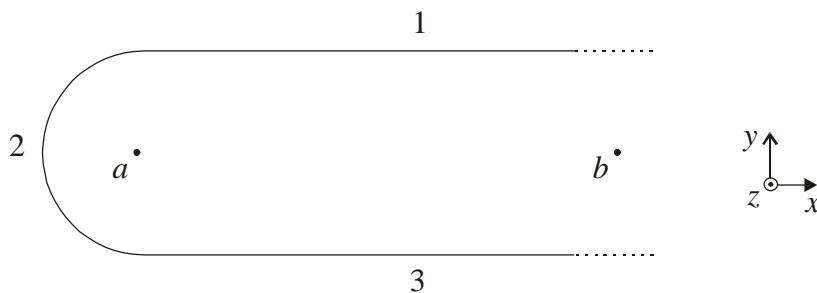


Fig. 32 Problema 12.

(Pág. 169)

Solução.

Pode-se dividir o grampo em três setores: 1, 2 e 3.



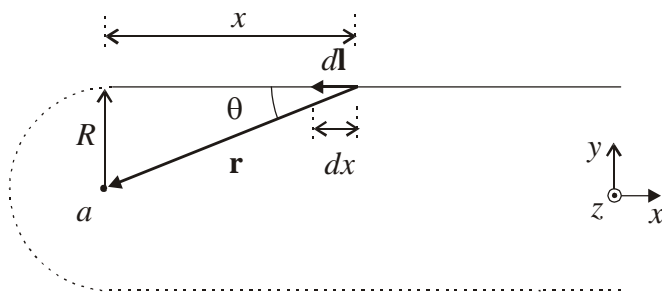
(a) O campo magnético em a (\mathbf{B}_a) será a soma das contribuições dos setores 1, 2 e 3.

$$\mathbf{B}_a = \mathbf{B}_{a1} + \mathbf{B}_{a2} + \mathbf{B}_{a3}$$

Como as contribuições dos setores 1 e 3 são exatamente iguais, temos:

$$\mathbf{B}_a = 2\mathbf{B}_{a1} + \mathbf{B}_{a2} \tag{1}$$

O cálculo de \mathbf{B}_{a1} é feito por meio da equação de Biot-Savart:



$$d\mathbf{B}_{a1} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} \tag{2}$$

De acordo com o esquema acima:

$$|d\mathbf{l}| = dx$$

$$\text{sen}\theta = \frac{R}{r}$$

$$r = (R^2 + x^2)^{1/2}$$

Agora pode-se retomar (2):

$$d\mathbf{B}_{a1} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{idx \cdot 1 \cdot \text{sen}\theta}{r^2} \mathbf{k} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{idx \cdot R}{r^3} \mathbf{k}$$

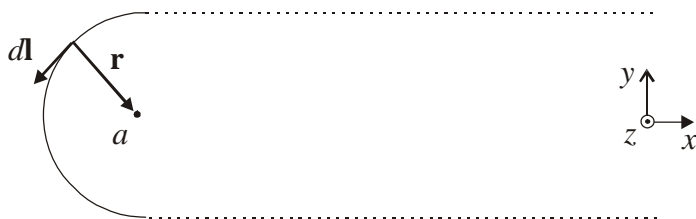
$$d\mathbf{B}_{a1} = \frac{\mu_0 i R}{4\pi} \frac{dx}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B}_{a1} = \frac{\mu_0 i R}{4\pi} \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \mathbf{k} = \frac{\mu_0 i R}{4\pi} \frac{x}{R^2 (R^2 + x^2)^{1/2}} \Big|_0^{+\infty} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B}_{a1} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \mathbf{k} \tag{3}$$

Calculo de \mathbf{B}_{a2} :

$$d\mathbf{B}_{a2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$



Nesse esquema tem-se:

$$|d\mathbf{l}| = ds$$

Logo:

$$d\mathbf{B}_{a2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id s \cdot 1 \cdot \text{sen}(\pi/2)}{R^2} \mathbf{k} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R^2} ds \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B}_{a2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R^2} \int_0^{\pi R} ds \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B}_{a2} = \frac{\mu_0 i}{4R} \mathbf{k} \tag{4}$$

Substituindo-se (3) e (4) em (1):

$$\mathbf{B}_a = 2 \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \mathbf{k} + \frac{\mu_0 i}{4R} \mathbf{k} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} (2 + \pi) \mathbf{k} = (1,13708 \dots \times 10^{-3} \text{T}) \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B}_a \approx (1,14 \text{ mT}) \mathbf{k}$$

(b) O cálculo de B_b é feito admitindo-se que a distância entre a e b é suficientemente grande de tal forma que o campo gerado em b equivale ao campo produzido por dois fios infinitos paralelos, equidistantes de b e conduzindo a mesma corrente i em sentidos contrários.

$$\mathbf{B}_b = 2 \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \mathbf{k} = \frac{\mu_0 i}{\pi R} \mathbf{k} = (8,8461 \dots \times 10^{-4} \text{T}) \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B}_b \approx (0,885 \text{ mT}) \mathbf{k}$$

Nota-se que a curvatura do grampo proporciona aumento na intensidade do campo magnético em a quando comparado ao ponto b .

[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)

14. Um segmento de fio de comprimento L é percorrido por uma corrente i . (a) Mostre que o campo magnético gerado por este segmento no ponto P , que está a uma distância perpendicular D de um dos extremos do fio (veja Fig. 34), é dado por.

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi D} \frac{L}{(L^2 + D^2)^{1/2}}.$$

(b) Mostre que o campo magnético é nulo no ponto Q , ao longo da reta que coincide com o fio.

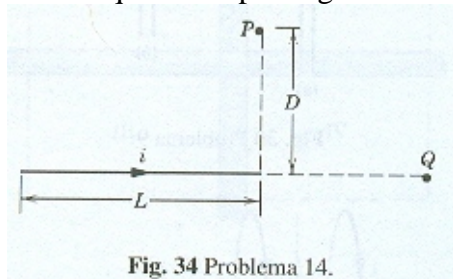
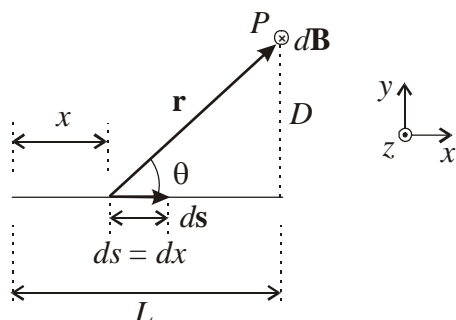


Fig. 34 Problema 14.

(Pág. 170)

Solução.

(a) Considere o seguinte esquema, que mostra o elemento de campo magnético $d\mathbf{B}$ no ponto P gerado pelo elemento de condutor ds que conduz uma corrente i .



De acordo com a lei de Biot-Savart, $d\mathbf{B}$ é dado por:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\mathbf{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

$$d\mathbf{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\mathbf{s} \cdot 1 \cdot \text{sen } \theta}{r^2} \mathbf{k} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \text{ sen } \theta ds}{r^2} \mathbf{k}$$

O esquema mostra que

$$\text{sen } \theta = \frac{D}{r}, \quad r = \left[D^2 + (L-x)^2 \right]^{1/2}, \text{ e} \quad ds = dx.$$

Logo:

$$d\mathbf{B} = -\frac{\mu_0 i D}{4\pi} \frac{dx}{\left[D^2 + (L-x)^2 \right]^{3/2}} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = -\frac{\mu_0 i D}{4\pi} \int_0^L \frac{dx}{\left[D^2 + (L-x)^2 \right]^{3/2}} \mathbf{k} = -\frac{\mu_0 i D}{4\pi} \left\{ -\frac{L-x}{D^2 \left[D^2 + (L-x)^2 \right]^{1/2}} \right\}_0^L \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = -\frac{\mu_0 i D}{4\pi} (-) \left[0 - \frac{L}{D^2 (D^2 + L^2)^{1/2}} \right] \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = -\frac{\mu_0 i}{4\pi D} \frac{L}{(D^2 + L^2)^{1/2}} \mathbf{k}$$

Logo, o módulo de \mathbf{B} vale:

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi D} \frac{L}{(D^2 + L^2)^{1/2}}$$

(b) O ponto Q fica na direção da corrente i . Isso faz com que o vetor \mathbf{r} faça ângulo zero com $d\mathbf{s}$, o que torna $d\mathbf{B}$ e, consequentemente \mathbf{B} , nulos.

[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)

15. Considere o circuito da Fig. 35. Os segmentos curvos são arcos de círculos de raios a e b . Os segmentos retilíneos são radiais. Ache o campo magnético \mathbf{B} em P , supondo uma corrente i percorrendo o circuito.

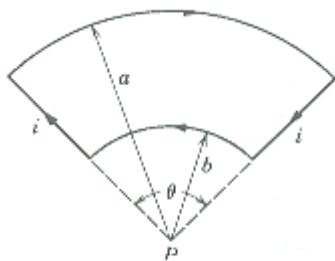


Fig. 35 Problema 15.

(Pág. 170)

Solução.

O campo magnético no ponto P é dado por:

$$\mathbf{B}_P = \mathbf{B}_{P1} + \mathbf{B}_{P2} + \mathbf{B}_{P3} + \mathbf{B}_{P4}$$

As contribuições dos setores radiais esquerdo e direito são nulas devido à colinearidade entre o fio e o ponto P . Portanto:

$$\mathbf{B}_P = \mathbf{B}_{P1} + \mathbf{B}_{P3} \tag{1}$$

Considerando-se que o módulo do campo magnético no centro de um circuito circular de raio R , no qual trafega uma corrente i , é dado por (Eq. 16, pág. 158)

$$B = \frac{\mu_0 i}{2R},$$

pode-se considerar que os arcos definidos pelos raios a e b produzem campos magnéticos em P que correspondem a uma fração do comprimento do círculo. Ou seja:

$$\mathbf{B}_{P1} = \frac{\mu_0 i}{2b} \left(\frac{b\theta}{2\pi b} \right) \mathbf{k} = \frac{\mu_0 i \theta}{4\pi b} \mathbf{k} \tag{2}$$

$$\mathbf{B}_{P2} = -\frac{\mu_0 i}{2a} \left(\frac{a\theta}{2\pi a} \right) \mathbf{k} = -\frac{\mu_0 i \theta}{4\pi a} \mathbf{k} \tag{3}$$

Substituindo-se (2) e (3) em (1):

$$\mathbf{B}_P = \frac{\mu_0 i \theta}{4\pi b} \mathbf{k} - \frac{\mu_0 i \theta}{4\pi a} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B}_P = \frac{\mu_0 i \theta}{4\pi} \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right) \mathbf{k}$$

[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)

17. (a) Mostre que B , no centro de uma espira de fio retangular, de comprimento L e largura d , percorrida por uma corrente i , é dada por

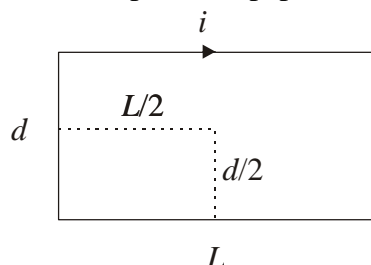
$$B = \frac{2\mu_0 i}{\pi} \frac{(L^2 + d^2)^{1/2}}{Ld}$$

(b) A que se reduz B quando $L \gg d$? Este é o resultado que se deveria esperar? (Veja o Exemplo 1.)

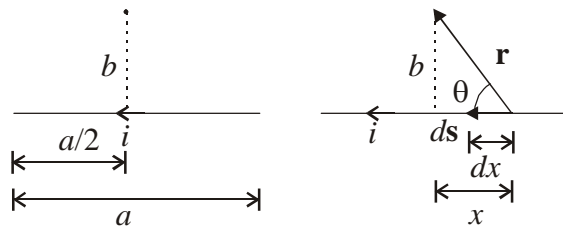
(Pág. 170)

Solução.

O campo magnético no centro da espira é o resultado da sobreposição dos campos magnéticos produzidos pelos quatro segmentos de fio que compõem a espira, sendo que todos os segmentos contribuem com campos que possuem mesma direção e sentido. Admitindo-se que o sentido da corrente seja horário, o campo magnético no centro da espira apontará para dentro da página, perpendicular ao plano do papel.



O campo magnético produzido por uma corrente i que trafega num segmento de fio de comprimento a , a uma distância b ortogonal ao centro do segmento pode ser calculado por meio da lei de Biot-Savart. Considere o esquema abaixo, onde $ds = dx$:



$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{ds \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{ds \cdot 1 \cdot \sin\theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} i \frac{dx \cdot b}{r^3} = \frac{\mu_0 i b}{4\pi} \frac{dx}{(b^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 i b}{4\pi} \int_{-a/2}^{+a/2} \frac{dx}{(b^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 i b}{4\pi} \cdot 2 \cdot \frac{x}{b^2 (b^2 + x^2)^{1/2}} \Big|_0^{+a/2}$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi b} \frac{a}{(4b^2 + x^2)^{1/2}}$$

Sobreposição dos campos de cada segmento:

$$B = 2B_d + 2B_L$$

$$B = 2 \cdot \frac{\mu_0 i}{2\pi \left(\frac{L}{2}\right)} \frac{d}{\left[4\left(\frac{L}{2}\right)^2 + d^2\right]^{1/2}} + 2 \cdot \frac{\mu_0 i}{2\pi \left(\frac{d}{2}\right)} \frac{L}{\left[4\left(\frac{d}{2}\right)^2 + L^2\right]^{1/2}}$$

$$B = \frac{2\mu_0 i}{\pi L} \frac{d}{(L^2 + d^2)^{1/2}} + \frac{2\mu_0 i}{\pi d} \frac{L}{(d^2 + L^2)^{1/2}} = \frac{2\mu_0 i}{\pi(L^2 + d^2)^{1/2}} \left(\frac{d}{L} + \frac{L}{d}\right) = \frac{2\mu_0 i}{\pi} \frac{(L^2 + d^2)}{dL(L^2 + d^2)^{1/2}}$$

Logo:

$$B = \frac{2\mu_0 i (L^2 + d^2)^{1/2}}{\pi dL}$$

(b) Para $L \gg d$:

$$B = \frac{2\mu_0 i}{\pi d} \tag{1}$$

Sim. No Exemplo 1 temos dois fios longos paralelos separados por uma distância $2d'$ e o campo é calculado a uma distância x do ponto médio entre os fios. A expressão obtida foi:

$$B = \frac{\mu_0 i d'}{\pi(d'^2 - x^2)} \tag{2}$$

Fazer $L \gg d$ equivale a transformar a espira retangular em dois fios longos paralelos separados por uma distância d . Neste caso teremos $d' = d/2$ e $x = 0$ em (2). Logo:

$$B = \frac{\mu_0 i \frac{d}{2}}{\pi \left(\frac{d^2}{2^2} - 0^2\right)}$$

$$B = \frac{2\mu_0 i}{\pi d}$$

21. A Fig. 37 mostra uma seção reta de uma lâmina longa de largura l percorrida por uma corrente i uniformemente distribuída, entrando na página. Calcule o campo magnético \mathbf{B} num ponto P no plano da lâmina e a uma distância d da sua borda. (*Sugestão:* Considere a lâmina como construída por muitos fios finos, longos e paralelos.)

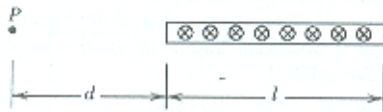
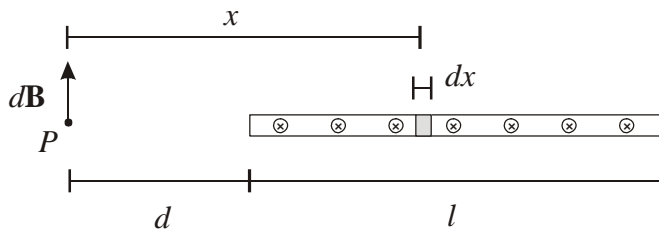


Fig. 37 Problema 21.

(Pág. 170)

Solução.

Considere o seguinte esquema, em que um elemento da lâmina de largura dx , localizado a uma distância x do ponto P , gera um elemento de campo magnético $d\mathbf{B}$ nesse local. O campo $d\mathbf{B}$ aponta verticalmente para cima, de acordo com a regra da mão direita. O elemento de lâmina é equivalente a um fio fino e o elemento de campo gerado é dado por:



$$dB = \frac{\mu_0 di}{2\pi x}$$

Na expressão acima, di é o elemento de corrente que trafega pelo elemento de lâmina de largura dx . Esta corrente é uma fração dx/l da corrente total i .

$$dB = \frac{\mu_0}{2\pi x} \frac{dx}{l} i$$

O campo devido à lâmina completa é obtido pela integração ao longo de sua largura:

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi l} \int_d^{d+l} \frac{dx}{x}$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi l} \ln \frac{d+l}{d}$$

[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)

30. (a) Um fio longo é encurvado no formato mostrado na Fig. 41, sem contato no ponto de cruzamento P . O raio da parte circular é R . Determine o módulo, a direção e o sentido de \mathbf{B} no centro C da porção circular, quando a corrente i tem o sentido indicado na figura. (b) A parte circular do fio é girada em torno do seu diâmetro (linha tracejada), perpendicular à parte retilínea do fio. O momento magnético da espira circular aponta agora na direção da parte retilínea e no sentido da corrente nesta parte. Determine \mathbf{B} em C , neste caso.

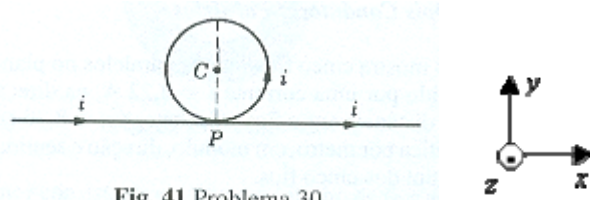


Fig. 41 Problema 30.

(Pág. 171)

Solução.

(a) O campo magnético no ponto C (\mathbf{B}) é a superposição do campo magnético produzido por uma corrente i que trafega num fio infinito (\mathbf{B}_f), a uma distância ortogonal R do fio, e do campo produzido no centro de um anel de corrente i de raio R (\mathbf{B}_a).

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_f + \mathbf{B}_a$$

O módulo do campo magnético no centro de uma espira circular de raio R , no qual trafega uma corrente i , é dado por (Eq. 16, pág. 158)

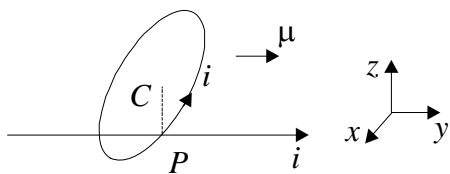
$$B = \frac{\mu_0 i}{2R}$$

Logo:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \mathbf{k} + \frac{\mu_0 i}{2R} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{2R} \left(\frac{1}{\pi} + 1 \right) \mathbf{k}$$

(b)



$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_f + \mathbf{B}_a$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \mathbf{k} + \frac{\mu_0 i}{2R} \mathbf{i}$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 i}{2R} \left(\mathbf{i} + \frac{1}{\pi} \mathbf{k} \right)$$

[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)

36. A Fig. 46 mostra um fio longo percorrido por uma corrente i_1 . A espira retangular é percorrida por uma corrente i_2 . Calcule a força resultante sobre a espira. Suponha que $a = 1,10$ cm, $b = 9,20$ cm, $L = 32,3$ cm, $i_1 = 28,6$ A e $i_2 = 21,8$ A.

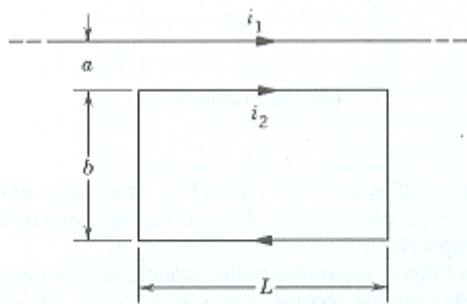
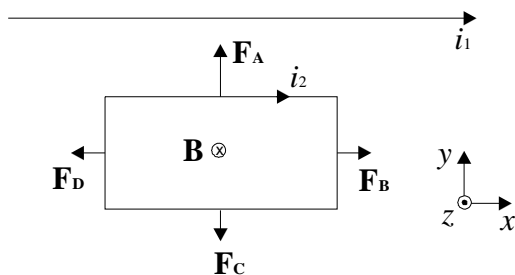


Fig. 46 Problema 36.

(Pág. 172)

Solução.

Considere o esquema abaixo:



A força sobre a espira é a soma das forças magnéticas sobre os segmentos A, B, C e D.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_B + \mathbf{F}_C + \mathbf{F}_D$$

A simetria envolvida na situação do problema permite-nos concluir que:

$$\mathbf{F}_B = -\mathbf{F}_D$$

Logo:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_C$$

$$\mathbf{F} = i_2 \mathbf{l}_A \times \mathbf{B}_A + i_2 \mathbf{l}_C \times \mathbf{B}_C$$

$$\mathbf{F} = i_2 L \frac{\mu_0 i_1}{2\mu a} \mathbf{j} - i_2 L \frac{\mu_0 i_1}{2\mu(a+b)} \mathbf{j} = \frac{\mu_0 i_1 i_2 L}{2\mu} \frac{b}{a(a+b)} \mathbf{j}$$

$$\mathbf{F} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A})(28,6 \text{ A})(21,8 \text{ A})(0,323 \text{ m})}{2\pi} \times \frac{(0,0920 \text{ m})}{(0,0110 \text{ m})[(0,0110 \text{ m}) + (0,0920 \text{ m})]} \mathbf{j} = (3,27049 \dots \times 10^{-3} \text{ N}) \mathbf{j}$$

$$\mathbf{F} \approx (3,27 \times 10^{-3} \text{ N}) \mathbf{j}$$

[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)

37. A Fig. 47 mostra um esquema idealizado de um “canhão de trilho eletromagnético”, projetado para lançar projéteis com velocidades de até 10 km/s. (Está sendo estudada a possibilidade de se usar este aparelho como defesa contra mísseis balísticos.) O projétil *P* se localiza entre e em contato com dois trilhos paralelos, ao longo dos quais ele pode deslizar. Um gerador *G* fornece uma corrente que entra por um dos trilhos, atravessa o projétil e volta pelo outro trilho. (a) Seja *w* a distância entre os trilhos, *r* o raio de cada trilho (supostos circulares) e *i* a corrente. Mostre

que a força sobre o projétil é para a direita e seu módulo é dado aproximadamente por

$$F = \frac{1}{2} \left(\frac{i^2 \mu_0}{\pi} \right) \ln \left(\frac{w+r}{r} \right)$$

(b) Se o projétil parte do repouso na extremidade esquerda do trilho, ache a velocidade v com que ele será lançado na extremidade direita. Suponha que $i = 450$ kA, $w = 12$ mm, $r = 6,7$ cm, $L = 4,0$ m e a massa do projétil é $m = 10$ g.

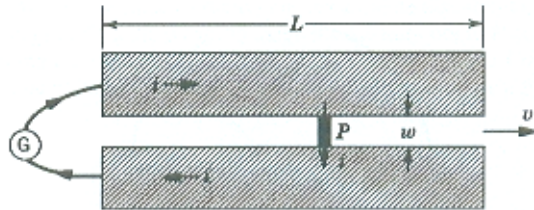
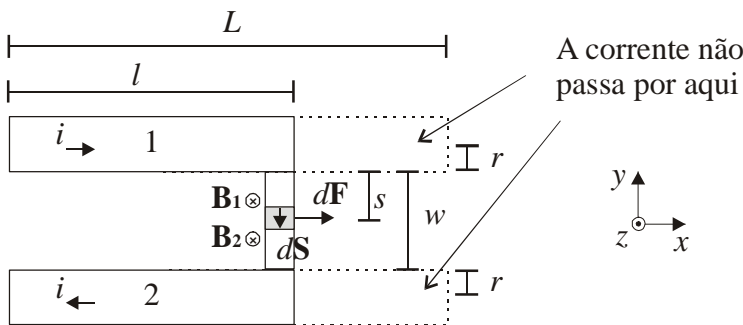


Fig. 47 Problema 37.

(Pág. 172)

Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



O campo magnético entre os trilhos, na posição em que se encontra o projétil, corresponde à soma dos campos produzidos pelas correntes que passam por ambos os trilhos. Chamando de \mathbf{B}_1 o campo devido à corrente no trilho superior e \mathbf{B}_2 o campo devido à corrente no trilho inferior e considerando-se o resultado do Problema 14, teremos:

$$\mathbf{B}_1 = -\frac{\mu_0 i}{4\pi (r+s)} \frac{l}{\sqrt{l^2 + (r+s)^2}} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{B}_2 = -\frac{\mu_0 i}{4\pi (w-s+r)} \frac{l}{\sqrt{l^2 + (w-s+r)^2}} \mathbf{k}$$

O campo resultante na região do projétil vale:

$$\mathbf{B} = -\frac{\mu_0 i l}{4\pi} \left[\frac{1}{(r+s)\sqrt{l^2 + (r+s)^2}} + \frac{1}{(w-s+r)\sqrt{l^2 + (w-s+r)^2}} \right] \mathbf{k}$$

Note que \mathbf{B} é o campo magnético a uma distância l da extremidade esquerda dos trilhos e a uma distância s da parte interna do trilho superior. Portanto, o valor de \mathbf{B} varia à medida que o projétil se desloca para a direita e também varia na vertical, ao longo do próprio projétil. Quando o projétil está localizado a uma distância l da extremidade esquerda, o elemento de força $d\mathbf{F}$ num segmento $d\mathbf{S}$ sobre o mesmo vale:

$$d\mathbf{F} = i d\mathbf{S} \times \mathbf{B}$$

De acordo com o produto vetorial, o vetor $d\mathbf{F}$ aponta no sentido positivo do eixo x . O módulo de \mathbf{F} vale:

$$F = \int iBds \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \int iBds$$

Substituindo-se o valor de B na integral:

$$F = \frac{\mu_0 i^2 l}{4\pi} \int_0^w \left[\frac{1}{(r+s)\sqrt{l^2+(r+s)^2}} + \frac{1}{(w-s+r)\sqrt{l^2+(w-s+r)^2}} \right] ds$$

$$F = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi} \left\{ \ln\left(\frac{l+\sqrt{l^2+r^2}}{r}\right) - \ln\left[\frac{l+\sqrt{l^2+(r+w)^2}}{r+w}\right] \right\} \quad (1)$$

Admitindo-se que $l \gg r$ e $l \gg w$, teremos:

$$F \approx \frac{\mu_0 i^2}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{2l}{r}\right) - \ln\left(\frac{2l}{r+w}\right) \right] = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi} \ln\left[\frac{\left(\frac{2l}{r}\right)}{\left(\frac{2l}{r+w}\right)}\right]$$

$$\boxed{F \approx \frac{\mu_0 i^2}{2\pi} \ln\left(\frac{r+w}{r}\right)} \quad (2)$$

(b) Partindo-se da segunda lei de Newton, temos:

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = m \frac{dv}{dl} \frac{dl}{dt} = m \frac{dv}{dl} v$$

$$mvdv = Fdl \quad (3)$$

Utilizando a expressão aproximada para a força magnética, Eq. (2), em (3) e integrando:

$$m \int_0^v vdv = \int_0^L Fdl = \int_0^L \frac{\mu_0 i^2}{2\pi} \ln\left(\frac{r+w}{r}\right) dl = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi} \ln\left(\frac{r+w}{r}\right) \int_0^L dl$$

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{\mu_0 i^2 L}{2\pi} \ln\left(\frac{r+w}{r}\right)$$

$$v \approx \sqrt{\frac{\mu_0 i^2 L}{\pi m} \ln\left(\frac{r+w}{r}\right)} = 2.310,42 \dots \text{m/s} \quad (4)$$

$$\boxed{v \approx 2,3 \text{ km/s}}$$

O resultado obtido acima é uma aproximação. De acordo com a Eq. (1), a força magnética sobre o projétil depende de sua posição em relação à extremidade esquerda dos trilhos, l . Portanto, a força é variável ao longo do trajeto no interior do canhão. Isso torna a aceleração também variável, impossibilitando o uso de equações de movimento com aceleração constante. Podemos resolver o problema de forma mais exata substituindo a Eq. (1) em (3) e integrando:

$$m \int_0^v vdv = \frac{\mu_0 i^2}{2\pi} \int_0^L \left\{ \ln\left(\frac{l+\sqrt{l^2+r^2}}{r}\right) - \ln\left[\frac{l+\sqrt{l^2+(r+w)^2}}{r+w}\right] \right\} dl$$

$$v = \sqrt{\frac{\mu_0 i^2}{\pi m} \left\{ \begin{array}{l} -w - \sqrt{L^2 + r^2} + \sqrt{L^2 + (r+w)^2} + L \ln \left(\frac{L + \sqrt{L^2 + r^2}}{r} \right) - \\ -L \ln \left[\frac{L + \sqrt{L^2 + (r+w)^2}}{r+w} \right] \end{array} \right\}} = 2.289,48 \dots \text{m/s} \quad (5)$$

$$v \approx 2,3 \text{ km/s}$$

Dentro do erro experimental, os dois resultados são iguais. Note que o resultado aproximado (4) pode ser obtido a partir do resultado mais exato (5). Para isso, bastam considerar $l \gg r$ e $l \gg w$:

$$v^2 \approx \frac{\mu_0 i^2}{\pi m} \left\{ -L + L + L \ln \left(\frac{L+L}{r} \right) - L \ln \left[\frac{L+L}{r+w} \right] \right\} = \frac{\mu_0 i^2 L}{\pi m} \left[\ln \left(\frac{2L}{r} \right) - \ln \left(\frac{2L}{r+w} \right) \right]$$

$$v \approx \sqrt{\frac{\mu_0 i^2 L}{\pi m} \ln \left(\frac{r+w}{r} \right)} = 2.310,42 \dots \text{m/s}$$

[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)

38. No Exemplo 4, suponha que o fio superior sofre um pequeno deslocamento para baixo e depois é solto. Mostre que o movimento subsequente do fio é harmônico simples, com frequência de oscilação igual a de um pêndulo simples de comprimento d .

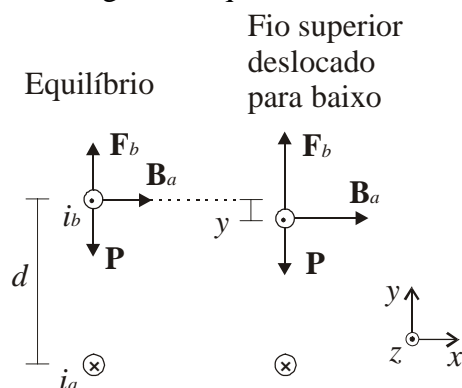
(Pág. 172)

Solução.

No Exemplo 4, um fio horizontal longo rígido é percorrido por uma corrente $i_a = 96 \text{ A}$. Outro fio é colocado paralelo e diretamente acima do primeiro. Este segundo fio é percorrido por uma corrente $i_b = 23 \text{ A}$ e pesa $0,073 \text{ N/m}$. A distância d em que o fio superior fica em equilíbrio sob a ação das forças peso e magnética foi calculado como sendo:

$$d = \frac{\mu_0 i_a i_b}{2\pi\lambda} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A})(96 \text{ A})(23 \text{ A})}{2\pi(0,073 \text{ N/m})} = 6,0493 \dots \times 10^{-3} \text{ m}$$

Considere o seguinte esquema:



A força magnética \mathbf{F}_b que age no fio superior, devida ao fio inferior, vale:

$$\mathbf{F}_b = i_b \mathbf{L}_b \times \mathbf{B}_a$$

$$F_b = i_b L_b \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d}$$

No equilíbrio, esta força é igual ao peso do fio:

$$P = i_b L_b \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d}$$

Agora o fio superior será baixado de uma distância y , tal que $y \ll d$, e solto. Nesta operação, o peso do fio não se altera. Porém, a força F_b aumenta e passa a ser:

$$F_b = i_b L_b \frac{\mu_0 i_a}{2\pi(d-y)}$$

O movimento subsequente é analisado por meio da segunda lei de Newton:

$$\sum F_y = -(F_b - P) = m \frac{d^2 y}{dt^2}$$

O sinal negativo na soma das forças é devido ao caráter restaurador da força resultante.

$$-\left[i_b L_b \frac{\mu_0 i_a}{2\pi(d-y)} - i_b L_b \frac{\mu_0 i_a}{2\pi d} \right] = m \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$-\frac{\mu_0 i_a i_b L_b}{2\pi} \left[\frac{1}{(d-y)} - \frac{1}{d} \right] = m \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$-\frac{\mu_0 i_a i_b L_b}{2\pi} \left[\frac{y}{d(d-y)} \right] = m \frac{d^2 y}{dt^2}$$

Considerando que $y \ll d$, e rearranjando a expressão:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{\mu_0 i_a i_b L_b}{2\pi m d^2} y \approx 0$$

Comparando-se a equação acima com a equação diferencial do movimento harmônico simples, comprova-se que o movimento do fio superior também é harmônico simples.

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \omega^2 y = 0$$

Podemos reconhecer a frequência angular ω , como sendo:

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu_0 i_a i_b L_b}{2\pi m d^2}} = \sqrt{\frac{\mu_0 i_a i_b}{2\pi \frac{m}{L_b} d^2}} \times \sqrt{\frac{g}{g}} = \sqrt{\frac{\mu_0 i_a i_b g}{2\pi \frac{mg}{L_b} d^2}} = \sqrt{\frac{\mu_0 i_a i_b g}{2\pi \frac{P}{L_b} d^2}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\mu_0 i_a i_b g}{2\pi \lambda d^2}} = \sqrt{\frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T.m/A})(96 \text{ A})(23 \text{ A})(9,81 \text{ m/s}^2)g}{2\pi (0,073 \text{ N/m})(6,0493 \dots \times 10^{-3} \text{ m})^2}} = 40,2699 \dots \text{ rad/s}$$

$$\boxed{\omega \approx 40 \text{ rad/s}}$$

A frequência angular de um pêndulo simples de mesmo comprimento d vale:

$$\omega_{\text{pêndulo}} = \sqrt{\frac{g}{d}} = \sqrt{\frac{(9,81 \text{ m/s}^2)}{(6,0493 \dots \times 10^{-3} \text{ m})}} = 40,2699 \dots \text{ rad/s}$$

$$\boxed{\omega_{\text{pêndulo}} \approx 40 \text{ rad/s}}$$

[\[Início seção\]](#)

[\[Início documento\]](#)

42. Considere um fio longo cilíndrico de raio R percorrido por uma corrente i distribuída uniformemente ao longo da sua seção reta. Encontre os *dois* valores da distância ao eixo do fio para os quais a intensidade do campo magnético devido ao fio é igual à metade do seu valor na superfície do fio.

(Pág. 173)

Solução.

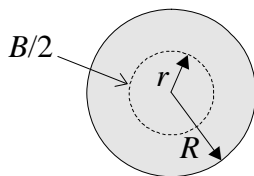
O campo magnético na superfície do fio cilíndrico é facilmente obtido pela lei de Ampère, por meio da construção de um circuito de Ampère circular de raio R em torno do fio.

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i$$

$$B \cdot 2\pi R = \mu_0 i$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R}$$

Para $r < R$:

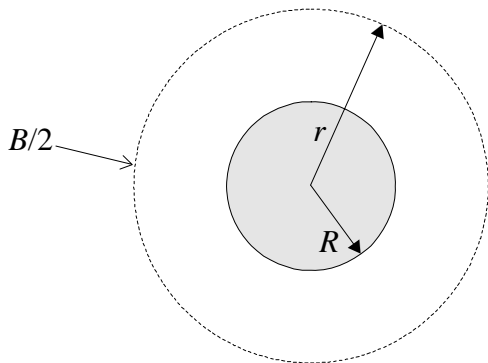


$$\oint \frac{\mathbf{B}}{2} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i_{(r)}$$

$$\frac{\mu_0 i}{4\pi R} \cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{\pi r^2}{\pi R^2} i$$

$$\boxed{r = \frac{R}{2}}$$

Para $r > R$:



$$\oint \frac{\mathbf{B}}{2} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i$$

$$\frac{\mu_0 i}{4\pi R} \cdot 2\pi r = \mu_0 i$$

$$\boxed{r = 2R}$$

[\[Início seção\]](#)

[\[Início documento\]](#)

55. Um efeito curioso (e frustrante) ocorre quando tentamos confinar um conjunto de elétrons e íons positivos (um plasma) no campo magnético de um toróide. As partículas que se movem

perpendicularmente a \mathbf{B} não descrevem trajetórias circulares, pois a intensidade do campo varia com a distância radial ao eixo do toróide. Esse efeito, que é visto (exagerado) na Fig. 56, faz com que partículas de sinais opostos se desloquem em sentidos opostos, paralelos ao eixo do toróide. (a) Qual o sinal da carga da partícula, cuja trajetória é esboçada na figura? (b) Se o raio da trajetória é de 11 cm quando a partícula está a uma distância radial do eixo igual a 125 cm, qual será este raio quando a partícula estiver a 110 cm do eixo?

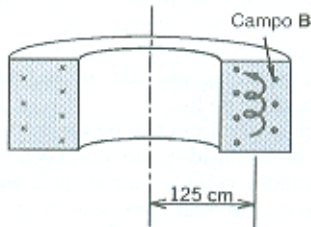


Fig. 56 Problema 55.

(Pág. 174)

Solução.

O campo magnético no interior de um toróide, a uma distância R do seu eixo é dado por (Eq. 23, Pág. 165)

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi R},$$

onde i é a corrente no condutor que envolve o toróide e N é o número de voltas do condutor.

Quando uma partícula com carga q e velocidade v se desloca ortogonalmente às linhas de campo do toróide, a força magnética sobre a partícula vale:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \tag{1}$$

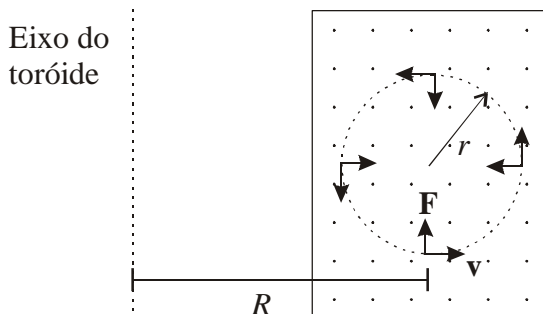
O módulo dessa força vale:

$$F = qvB \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = qvB$$

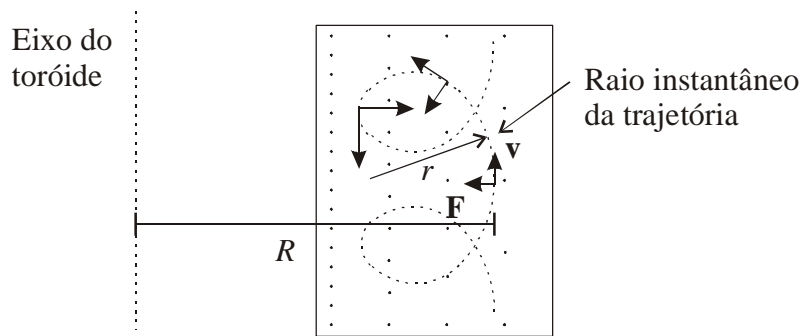
Logo:

$$F = \frac{\mu_0 i q v N}{2\pi R} \tag{2}$$

Ou seja, a força que age sobre a partícula depende de sua distância ao eixo do toróide, sendo maior quando ela se encontra mais próxima do eixo. Se a força fosse constante, o movimento que observaríamos seria circular, de acordo com o seguinte esquema:



Como a força magnética é maior à esquerda e menor à direita, a trajetória será mais fechada (menor raio) à esquerda e mais aberta (maior raio) à direita. Note, porém, que a trajetória é plana, e não em forma de espiral.



(a) O produto vetorial na Eq. (1) indica que, para que a trajetória da partícula seja ascendente, sua carga deverá ser negativa.

(b) A trajetória instantânea da partícula pode ser considerada circular, com a força magnética ortogonal à sua velocidade num determinado ponto. O raio instantâneo r dessa trajetória pode ser calculado se considerarmos a força magnética (2) como sendo a força centrípeta instantânea desse movimento.

$$\frac{\mu_0 i q v N}{2\pi R} = \frac{mv^2}{r}$$

$$r = \frac{2\pi R m v}{\mu_0 i q N}$$

Note que r é diretamente proporcional a R . Isso nos dá a seguinte relação para dois pontos 1 e 2 ao longo da trajetória:

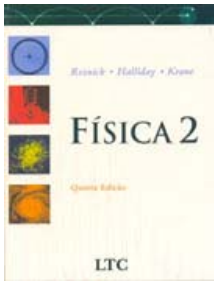
$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Logo:

$$r_2 = \frac{r_1 R_2}{R_1} = \frac{(11 \text{ cm})(110 \text{ cm})}{(125 \text{ cm})} = 9,68 \text{ cm}$$

$$\boxed{r_2 \approx 9,7 \text{ cm}}$$

[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)



RESNICK, HALLIDAY, KRANE, FÍSICA, 5.ED., LTC, RIO DE JANEIRO, 2003.

FÍSICA 3

CAPÍTULO 33 - O CAMPO MAGNÉTICO DE UMA CORRENTE

EXERCÍCIOS

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

PROBLEMAS

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

[\[Início documento\]](#)

[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)