

# Problemas:

## Problema 10 do Halliday 4ª edição)

Um carro sobe um morro na velocidade constante de 40km/h, e volta, descendo, a 60km/h. Calcule a velocidade escalar média de todo o percurso.

Solução:

$$\Rightarrow v_{em} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$\text{mas } \Delta S = \int_{t_0}^t v(t) dt$$

Lembre que, pelas nossas definições  $v(t) \geq 0$ , pois

$$v(t) = \sqrt{x'(t)^2 + y'(t)^2 + z'(t)^2}$$

no caso retilíneo  $v(t) = \sqrt{x'(t)^2} = |x'(t)|$ , afirma  $x'(t)^2 \geq 0$ .

$$\Rightarrow (\sqrt{\geq 0}) \geq 0.$$

Isto significa que não temos que considerar diferentes sinais para a velocidade. Algo como considerar que o movimento se deu sempre na mesma direção (equivalente a isso).

$$\Rightarrow \int_{t_0}^t v(t) dt = \underbrace{\int_{t_0}^{t_1} v(t) dt}_{1^\circ \text{ percurso}} + \underbrace{\int_{t_1}^t v(t) dt}_{2^\circ \text{ percurso}}$$

$$\Rightarrow \Delta S = 40 \int_{t_0}^{t_1} dt' + 60 \int_{t_1}^t dt' = 40(t_1 - t_0) + 60(t - t_1)$$

$$v_{em} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad \text{sendo } \Delta t = t - t_0$$

$$v_{em} = \frac{40(t_1 - t_0) + 60(t - t_1)}{t - t_0}$$

Como a ida e a volta são iguais

$$\Rightarrow \Delta S_1 = \Delta S_2 \quad \rightarrow \quad 40(t_1 - t_0) = 60(t - t_1)$$

$$\rightarrow \quad \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{60}{40}$$

$$v_{em} = \frac{40 \cdot \frac{60}{40} \Delta t_2 + 60 \Delta t_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{(60 + 60) \Delta t_2}{\left(\frac{60}{40} + 1\right) \Delta t_2} = \frac{120}{\frac{100}{40}} = \frac{120 \cdot 40}{100} = \frac{4800}{100}$$

$v_{em} = 48 \text{ km/h}$

Problema 11 do halliday, mesma edição.

Durante a metade do tempo, você vai de San Antonio a Houston a 60km/h, e a outra metade a 90km/h. Na volta, você viaja a metade da distância a 60km/h, e a outra metade a 90km/h. Qual a sua velocidade escalar média (a) de San Antonio a Houston, (b) de Houston a San Antonio e (c) em toda a viagem? (d) Qual a velocidade média de toda a viagem? Trace o gráfico x versus t para o item (a), considerando que o movimento é no sentido positivo do eixo x. Mostre como a velocidade média pode ser determinada a partir do gráfico.

Solução:

"Uma ilustração é sempre bom"



(a) S → H

$$v_{\text{em}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{v_1 \frac{\Delta t}{2} + v_2 \frac{\Delta t}{2}}{2 \frac{\Delta t}{2}} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{150}{2} = 75 \text{ km/h}$$

(b) H → S

$$v_{\text{em}} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\Delta S_1 + \Delta S_2}{\Delta t} \quad \text{com} \quad \Delta S_1 = \Delta S_2$$

$$\Rightarrow \text{Obter } \Delta S \quad \Delta S = \int_{t_0}^{t_1} v_1 dt + \int_{t_1}^t v_2 dt = \frac{60 \cdot \Delta t_1}{\Delta S_1} + \frac{90 \cdot \Delta t_2}{\Delta S_2}$$

Lembre que, como o problema disse,  $\Delta S_1 = \Delta S_2$

$$= \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{90}{60} \quad \Rightarrow \quad \Delta t_1 = \frac{90}{60} \Delta t_2$$

$$\text{então} \quad \Delta S = 60 \cdot \frac{90}{60} \Delta t_2 + 90 \cdot \Delta t_2 = 180 \Delta t_2$$

$$\text{e} \quad \Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{90}{60} \Delta t_2 + \Delta t_2$$

$$\Rightarrow v_{\text{em}} (H \rightarrow S) = \frac{180 \Delta t_2}{\left(\frac{90}{60} + 1\right) \Delta t_2} = \frac{180 \cdot 60}{90 + 60} = \frac{10800}{150} = 72 \text{ km/h}$$

(c) Em toda a viagem:

Podemos abordar o problema de formas diferentes:

- 1º) Considerar ida com velocidade constante 75 km/h e a volta " " " " 72 km/h.

Neste caso fica semelhante ao problema 10.

$$V_{em} = \frac{\Delta S_1 + \Delta S_2}{\Delta t} \quad \text{com} \quad \overbrace{\Delta S_1 = \Delta S_2}^{\text{ida}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{volta.}}$$

mas  $\Delta S_1 = \int_{t_0}^{t_1} 75 dt = 75 \Delta t_1$

e  $\Delta S_2 = \dots = 72 \Delta t_2$

como  $\Delta S_1 = \Delta S_2 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{72}{75} \Delta t_2$

Além disso  $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t = \left(\frac{72}{75} + 1\right) \Delta t_2$

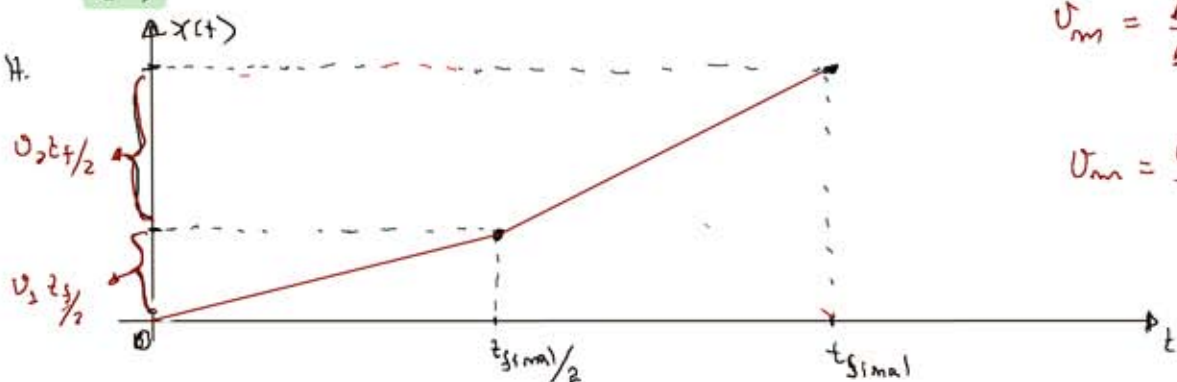
$$V_{em} = \frac{75 \cdot \frac{72}{75} \Delta t_2 + 72 \cdot \Delta t_2}{\left(\frac{72}{75} + 1\right) \Delta t_2} = \frac{144 \Delta t_2}{\frac{72 + 75}{75} \Delta t_2} = \frac{144 \cdot 75}{147}$$

$V_{em}(\text{total}) = 73,47 \text{ km/h}$

(d) Velocidade média:

$$V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{\Delta t}, \text{ como } x_f = x_i \quad \boxed{V_m = 0 \text{ pr } 0}$$

(e)  $x(t)$ .



$V_m = V_{om}$  (só ida).

$$V_m = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{v_1 t_1/2 + v_2 t_2/2}{t_1/2 + t_2/2}$$

$$V_m = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad \begin{matrix} v_1 = 60 \text{ km/h} \\ v_2 = 90 \text{ km/h} \end{matrix}$$

$V_m = 75 \text{ km/h}$