

# Ressonância Ferromagnética e Ondas de Spin

Sergio M. Rezende

Departamento de Física, Universidade Federal de Pernambuco

## Índice

1. Introdução
2. Ressonância Ferromagnética
3. Ressonância em Sistemas Antiferromagnéticos
4. Ondas de Spin: Abordagem Semi-clássica
5. Ondas de Spin: Tratamento Quântico
6. Técnicas Experimentais de Investigação de Ondas de Spin

## 1. Introdução

Esta notas, preparadas para a 2ª Escola Brasileira de Magnetismo, apresentam de forma sucinta os conceitos básicos e alguns resultados relativos às excitações dinâmicas de spins eletrônicos em materiais fortemente magnéticos. Em vez de aprofundar nos detalhes, ou de apresentar deduções matemáticas de resultados específicos, que podem ser encontrados em inúmeros livros e *papers*, preferimos abordar uma variedade de fenômenos e resultados.

O ponto de partida é a visão semi-clássica do movimento natural de um spin eletrônico num campo magnético. A posição de equilíbrio de um spin num campo magnético  $\vec{H}$ , ilustrado na

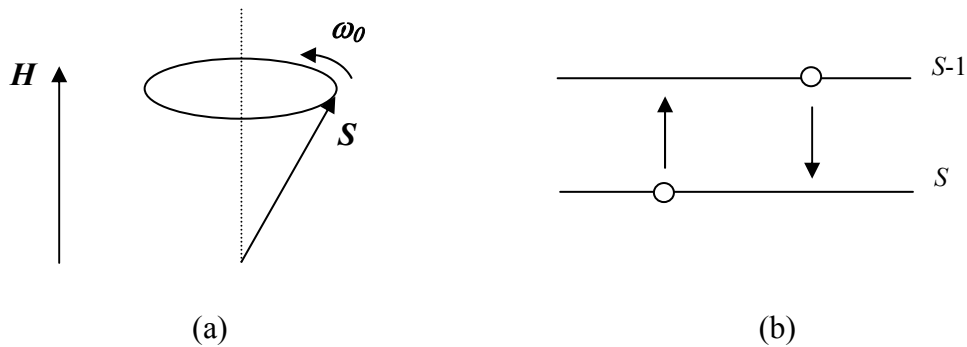


Figura 1: (a) Spin semi-clássico precessionando num campo magnético; (b) Visão quântica das transições de spin num campo magnético.

Figura 1, é a direção paralela ao campo. Isto deve-se ao fato de que o torque que o campo exerce sobre o momento magnético  $\vec{\mu} = g\mu_B\vec{S}$ , associado ao spin,

$$\vec{\tau} = g\mu_B\vec{S} \times \vec{H} \quad (1)$$

é nulo nesta posição. Naturalmente, esta posição também corresponde ao mínimo da energia do momento magnético no campo,

$$E = g\mu_B\vec{S} \cdot \vec{H} \quad (2)$$

Note que consideramos o sentido do momento magnético como sendo o mesmo do spin, como fazem muitos autores. Na realidade os sentidos são opostos, porque o elétron tem carga negativa. Se o spin for desviado da posição de equilíbrio, por exemplo pela ação de um campo externo transversal ou excitação térmica, ele passará a precessionar em torno do campo  $\vec{H}$ , como ilustrado na Fig. 1. Este movimento resulta do fato de que quando o spin está desviado da direção de  $\vec{H}$ , o torque que atua sobre ele, dado pela Eq. (1), é perpendicular ao plano de  $\vec{S}$  e  $\vec{H}$ . Este torque produz uma variação no momentum angular, dada pela lei de Newton

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{\tau} \quad , \quad (3)$$

que resulta numa rotação do plano  $\vec{S} \vec{H}$  em torno de  $\vec{H}$ , o que corresponde à precessão de  $\vec{S}$  em torno de  $\vec{H}$ . Como o momentum angular é proporcional ao spin,  $\vec{J} = \hbar\vec{S}$ , pode-se combinar (1) e (3) para obter a equação de movimento do spin,

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \gamma\vec{S} \times \vec{H} \quad , \quad (4)$$

onde  $\gamma = g\mu_B/\hbar$  é o fator giromagnético, no sistema gaussiano de unidades. A solução da Eq.(4) num campo  $H$  estático é o movimento de precessão do spin em torno do campo, com frequência angular

$$\omega_0 = \gamma H \quad (5)$$

Para  $g = 2$ , o valor de  $\gamma$  é  $2\pi \times 2,8$  GHz/kOe. Portanto, para campos com intensidade de alguns kOe, como em eletromagnetos típicos de laboratórios, a frequência situa-se na faixa de micro-ondas. Na visão quântica, o estado fundamental do spin no campo magnético corresponde a componente  $S_z = S$ , e o primeiro estado excitado corresponde a  $S_z = S - 1$ . A precessão do spin corresponde a transições entre esses dois estados, ilustrada na Fig. 1 (b). Como a diferença de energia é  $g\mu_B H$ , a frequência correspondente é igual a do resultado clássico, Eq. (5).

Em sistemas ferromagnéticos, os spins vizinhos estão acoplados por meio da interação de intercâmbio (exchange). Assim, as excitações do sistema de spins correspondem a precessões coletivas em torno da posição de equilíbrio. A excitação de menor energia é o **modo uniforme**,

no qual os spins precessionam em torno de  $\vec{H}$  mantendo-se paralelos uns aos outros, ou seja com a mesma fase, como ilustrado na Figura 2(a). Neste caso a interação entre os spins não contribui

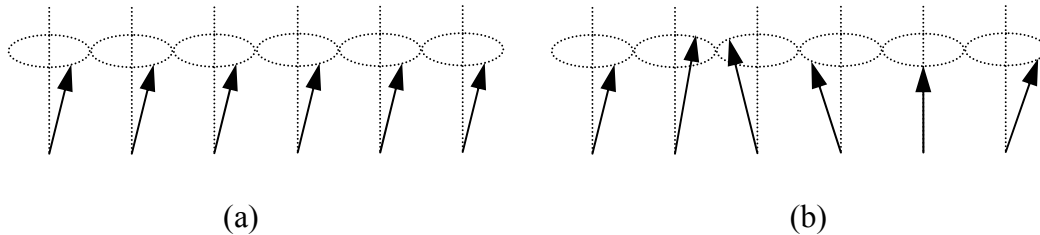


Figura 2: Ilustração do modo uniforme (a) e de onda de spin (b) em sistema ferromagnético.

para a frequência de precessão, que é dada pela mesma expressão da Eq. (5). Devido à interação entre os spins, o sistema tem também modos coletivos nos quais a fase da precessão varia no espaço, chamados **ondas de spin**. A Fig.2 (b) ilustra uma onda de spin, na qual a diferença de fase do primeiro ao último spin é  $2\pi$ , correspondendo a um comprimento de onda. O modo uniforme é, na realidade, uma onda de spin com comprimento de onda infinito. À medida que o comprimento de onda diminui, aumenta o ângulo entre spins vizinhos, e por conseguinte aumenta a contribuição da energia de intercâmbio para a energia da excitação.

As ondas de spin, dentre elas o modo uniforme, constituem as excitações elementares de um sistema magnético. Elas são quantizadas, sendo seu quantum chamado **magnon**. Os magnons são excitados termicamente e obedecem à estatística de Bose-Einstein, desde que a temperatura não esteja próxima à temperatura crítica na qual o sistema passa para a fase ferromagnética. As ondas de spin podem ser excitadas e detetadas por uma variedade de técnicas experimentais, tais como ressonância magnética, espalhamento de luz e espalhamento de neutrons. Nestas notas apresentaremos algumas propriedades básicas das ondas de spin e resultados de algumas experiências representativas.

## 2. Ressonância Ferromagnética

### 2.a. Resposta de Amostra Magnética a Campo de Micro-ondas

A idéia básica de um experimento de ressonância ferromagnética, ou FMR (ferromagnetic resonance), consiste em aplicar um campo de micro-ondas numa amostra situada num campo magnético estático  $\vec{H}_0$ , e observar as linhas de absorção ressonante. O campo magnético da radiação de micro-ondas é aplicado perpendicularmente ao campo estático, de modo que ele tende a perturbar os spins e desvia-os da posição de equilíbrio. Quando a frequência da radiação está próxima da frequência do modo uniforme, o campo rf produz o movimento de precessão dos spins e a amostra absorve energia da radiação. A ressonância é caracterizada por uma linha de

absorção, cuja largura dá informações sobre mecanismos microscópicos de relaxação dos magnons. A Figura 3 mostra, esquematicamente, uma montagem de FMR.<sup>1</sup>

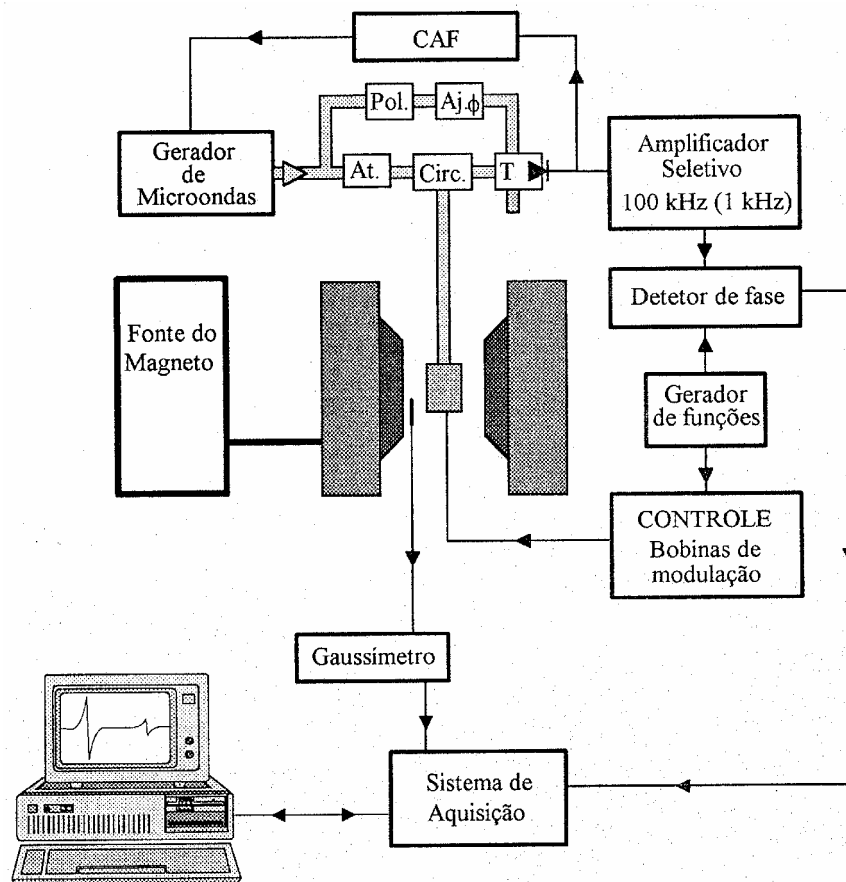


Figura 3: Ilustração esquemática de montagem utilizada em ressonância ferromagnética.<sup>1</sup>

A abordagem semi-clássica da ressonância ferromagnética é baseada na equação de movimento da magnetização macroscópica, definida como o momento magnético por unidade de volume,

$$\vec{M} = \sum_i \frac{g \mu_B}{V} \vec{S}_i \quad (6)$$

A equação de movimento é obtida diretamente de (4) e (6),

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \vec{M} \times \vec{H}_{ef} \quad (7)$$

<sup>1</sup> C.Chesman, Acoplamentos Bilineares e Biquadráticos em Tricamadas Magnéticas, Tese de Doutorado, Departamento de Física, UFPE (1997).

sendo  $\vec{H}_{ef}$  o campo magnético efetivo que atua sobre os spins. Este campo contém, além dos campos externos aplicados à amostra, campos efetivos que representam os torques internos que atuam sobre os spins. Sendo  $E(\vec{M})$  a energia livre total ( por unidade de volume) do sistema, o campo efetivo total é dado por

$$\vec{H}_{ef} = -\nabla_{\vec{M}} [E(\vec{M})] \quad (8)$$

onde  $\nabla_M$  é o operador gradiente em relação as componentes de  $\vec{M}$ . Para calcular a resposta da amostra à radiação de micro-ondas, consideramos inicialmente que a magnetização está sujeita à apenas dois campos, o campo estático  $H_0$  na direção z, e um campo magnético alternado com frequência  $\omega$ , transversal ao campo estático. O campo total é então,

$$\vec{H} = (\hat{x}h_x + \hat{y}h_y)e^{-i\omega t} + \hat{z}H_0 \quad (9)$$

onde  $h_x, h_y \ll H_0$ , uma vez que  $H_0$  é da ordem de centenas ou milhares de Oe, enquanto o campo rf de uma onda é da ordem de fração de Oe. Para linearizar as equações de movimento, podemos escrever a magnetização na forma,

$$\vec{M} = \hat{x}m_x(t) + \hat{y}m_y(t) + \hat{z}M_z \quad (10)$$

onde usamos letras minúsculas para as componentes x e y porque elas são variáveis, enquanto a componente  $\hat{z}$  é estática, e também porque  $m_x, m_y \ll M_z$ . Como estamos interessados apenas na resposta estacionária, fazemos

$$m_x(t) = m_x e^{-i\omega t}, \quad m_y(t) = m_y e^{-i\omega t} \quad (11)$$

Substituindo estas expressões em (7) e linearizando as equações, podemos escrever a relação entre as componentes de rf de  $\vec{M}$  e de  $\vec{H}$  na forma,

$$\vec{m} = \overline{\chi} \cdot \vec{h} \quad (12)$$

Onde os vetores  $\vec{m}$  e  $\vec{h}$  são representados pelas matrizes coluna,

$$\vec{m} = \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix}, \quad \vec{h} = \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix} \quad (13)$$

e  $\overline{\chi}$  é o tensor susceptibilidade, representado pela matriz

$$\overline{\chi} = \begin{pmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} \end{pmatrix} \quad (14)$$

onde

$$\chi_{xx}(\omega) = \chi_{yy}(\omega) = \frac{\omega_M \omega_0}{\omega^2 - \omega_0^2} \quad (15)$$

$$\chi_{yx}(\omega) = -\chi_{xy}(\omega) = i \frac{\omega_M \omega}{\omega^2 - \omega_0^2} \quad (16)$$

sendo  $\omega_0 = \gamma H$  e  $\omega_M \equiv \gamma 4\pi M_z \cong \gamma 4\pi M$ . Este resultado mostra que numa amostra magnética, a aplicação de um campo de rf na direção  $x$ , produz componentes de rf de magnetização tanto na direção  $x$  quanto na direção  $y$ . Do mesmo modo, um campo  $h_y$  produz componentes  $m_x$  e  $m_y$ , devido ao fato de que o movimento natural de  $\vec{M}$  é a precessão em torno do eixo  $z$ . Assim, a aplicação de um campo  $h_x$  ou  $h_y$  produz o movimento de precessão, e em consequência componentes de  $m_x$  e  $m_y$ . Por esta razão, a relação entre  $\vec{m}$  e  $\vec{h}$  não é escalar, ela envolve um tensor de 2ª ordem.

Vemos também nas equações (15) e (16) que os pólos da susceptibilidade são as frequências das excitações do sistema. Como o campo de rf é aproximadamente uniforme na amostra, ou seja, tem vetor de onda  $k \cong 0$ , somente o modo uniforme é excitado. Quando  $\omega \cong \omega_0$ , ocorre a ressonância do sistema. Nesta situação a amplitude da precessão de  $\vec{M}$  aumenta e a relaxação não pode ser desprezada. Na realidade, quando  $\vec{M}$  precessiona em torno de  $\vec{H}$  a interação spin-órbita nos átomos faz com que parte da energia magnética seja transferida para a rede cristalina. Isto resulta em **relaxação**, ou amortecimento, do movimento de  $\vec{M}$ . Este efeito pode ser representado fenomenologicamente pela substituição de  $\omega_0$  por  $\omega_0 - i\Gamma/2$  onde  $\Gamma$  é a taxa de relaxação. Com isto, as componentes do tensor susceptibilidade tomam a forma,

$$\chi_{xx}(\omega) = \chi_{yy}(\omega) = \frac{\omega_M \omega_0}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega_0 \Gamma} \quad (17)$$

$$\chi_{yx}(\omega) = -\chi_{xy}(\omega) = i \frac{\omega_M \omega}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega_0 \Gamma} \quad (18)$$

onde admitimos que  $\Gamma \ll \omega_0$ . Supondo que o campo de rf na amostra tem apenas componente  $h_x$ , vemos que a potência média absorvida pela amostra, por unidade de volume, é,

$$P(\omega) = \frac{1}{2} \omega \chi''_{xx} h_x^2 \quad (19)$$

Onde  $\chi''_{xx}(\omega)$  é a parte imaginária de (17). Vemos portanto que  $P(\omega)$  tem a mesma forma de  $\chi''_{xx}(\omega)$ , apresentando um pico em  $\omega = \omega_0$ . Como nas experiências de FMR em geral a frequência é fixa, determinada pela cavidade de micro-ondas, para observar a ressonância varia-se o campo  $H_0$  e portanto  $\omega_0$ . A Figura 4 mostra  $\chi''_{xx}$  em função de  $H_0$ , para um ferrite com  $g = 2$ ,  $\omega_M / \gamma = 3$  kG e  $\Gamma / \gamma = 2000$  e para  $\omega = 2\pi \times 2,8$  GHz. Esta é a forma típica do sinal de absorção de micro-ondas num sistema ferromagnético simples. Ele é caracterizado por uma forma de linha Lorentziana, com largura  $\Delta H = \Gamma / \gamma$ .

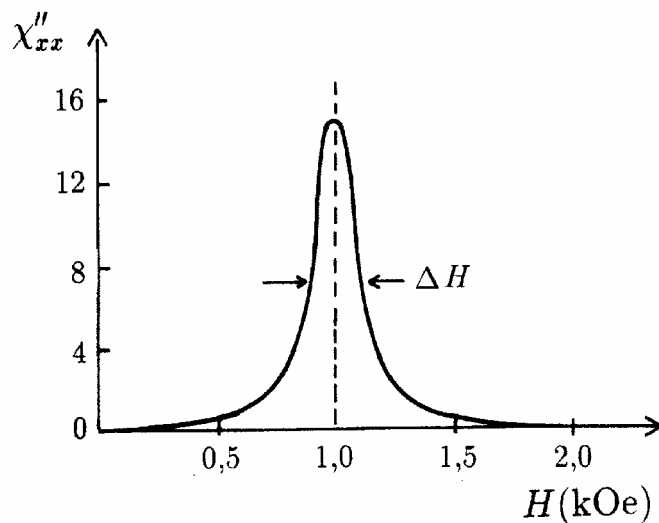


Figura 4: Parte imaginária de  $\chi''_{xx}$  em função de  $H_0$ , para um ferrite com  $g = 2$ ,  $\omega_M / \gamma = 3$  kG e  $\Gamma/\gamma = 2000$  e para  $\omega = 2\pi \times 2,8$  GHz.

Formalmente, os resultados obtidos até agora não evidenciam as em que a FMR difere de EPR. Entretanto, na prática, a FMR tem características marcantes, tais como:

1. As componentes da susceptibilidade transversal são muito maiores nos materiais ferromagnéticos do que nos paramagnéticos, porque a magnetização  $M_z$  na direção do campo é muito maior. Por esta razão no estudos de FMR de amostras massivas, em geral não é preciso modular o campo aplicado, como nos espectrômetros de EPR e NMR, e a forma de linha tem a aparência de  $\chi''_{xx}(H)$ , como na Figura 4. Porém no caso de amostras com pequenos volumes, como filmes finos, a modulação é necessária e a linha tem a forma da derivada de  $\chi''_{xx}(H)$ .
2. A forma geométrica da amostra desempenha um papel importante por causa do efeito de desmagnetização. Em amostras elipsoidais, pode-se obter uma expressão simples para a frequência de ressonância. Ela depende da forma da amostra e da direção em que o campo é aplicado. Em amostras não elipsoidais o campo interno não é uniforme e a frequência de ressonância varia de ponto para ponto. Por esta razão, costuma-se utilizar casos limites de elipsóides de revolução, como esferas, discos ou cilindros.
3. Amostras cristalinas, mesmo com forma de esfera ou disco, quando giradas no campo aplicado, apresentam variação do campo de ressonância, e talvez da largura da linha, apresentando simetria característica do plano cristalino. Isto é devido a energia de anisotropia cristalina.
4. O forte campo de acoplamento entre spins suprime a contribuição da interação dipolar para o alargamento da linha de absorção. Nos materiais isolantes os mecanismos responsáveis pela largura de linha de FMR são, em geral, espalhamento de magnons.

5. A saturação da ressonância de FMR ocorre em potências muito menores que em EPR. Não é possível reverter  $M_z$ , ou mesmo reduzi-lo significativamente, como em NMR. Isto porque, quando o modo uniforme é excitado em alta potência, modos de ondas de spin com  $k = 0$  são criados em processos de espalhamento magnon-magnon, impedindo que o ângulo de precessão de  $\vec{M}$  aumente acima de alguns graus. Este fenômeno é conhecido como saturação prematura do FMR.

A ressonância ferromagnética foi observada pela primeira vez por Griffiths<sup>2</sup> em filmes de Fe, Ni e de Co, poucos anos após a primeira observação de NMR. Nas próximas seções estudaremos em mais detalhes estas características da ressonância ferromagnética.

## 2.b Cálculo da Freqüência de Ressonância

Para calcular a freqüência de FMR levando em conta as diversas interações existentes nos materiais magnéticos, não é preciso calcular a resposta de rf completa como fizemos na seção anterior. É bastante determinar as freqüências naturais de oscilação do sistema, sem o campo de rf de excitação. Como a oscilação ocorre nas componentes transversais da magnetização, utilizamos a forma de variação no tempo da Eq. (11) em (10) e substituímos na equação de movimento (7). Desprezando termos de ordem superior em  $m_x$  e  $m_y$ , obtemos

$$-i \frac{\omega_0}{\gamma} \vec{m} = \vec{H} \cdot \vec{m} \quad (20)$$

onde

$$\vec{H} = \begin{pmatrix} H_{xx} & H_{xy} \\ H_{yx} & H_{yy} \end{pmatrix} \quad (21)$$

sendo  $\vec{m}$  e  $\vec{h}$  dados por (13) e  $\vec{H}$  a matriz campo efetivo formada pelas contribuições estáticas do campo aplicado e dos campos internos. As freqüências de ressonância são dadas pelos zeros do determinante principal,

$$\det \left[ \vec{H} + i \frac{\omega_0}{\gamma} \mathbf{I} \right] = 0 \quad (22)$$

onde  $\mathbf{I}$  é a matriz unitária. Note que as raízes da Eq. (22) correspondem aos pólos da susceptibilidade. Embora a Eq. (22) possa ser aplicada em qualquer situação, muitas vezes é útil dispor de uma expressão explícita para  $\omega_0$ , em função da energia do sistema. Para isso é preciso inicialmente exprimir a energia de interação em função das componentes transversais de rf da magnetização,  $m_x$  e  $m_y$ . Linearizando a Eq. (7) obtemos então

$$-i \frac{\omega_0}{\gamma} m_x = \left[ \vec{M} \times \nabla_M E(\vec{m}) \right]_x = -M_0 \left[ \nabla_m E(\vec{m}) \right]_\beta \quad (23)$$

<sup>2</sup> J.H.E. Griffiths, Nature **158**, 670 (1946)



onde  $M_0$  é a componente de  $\vec{M}$  na direção de equilíbrio. A equação para a componente  $m_\beta$  é igual a (23), trocando-se o sinal do lado direito e fazendo  $\alpha \leftrightarrow \beta$ . Expandindo  $E(\vec{m})$  em série de potências de  $m_\alpha$  e fazendo  $\partial E / \partial m_\alpha = 0$  na posição de equilíbrio, obtemos

$$E(\vec{m}) \cong E_0 + \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} \frac{\partial^2 E}{\partial m_\alpha \partial m_\beta} \Big|_{M_0} m_\alpha m_\beta \quad (24)$$

Desta equação obtemos  $\nabla_m E$ , que substituído em (23) permite calcular  $\omega_0$  em função de  $E(\vec{m})$ . Isto pode ser feito em diversos sistemas de coordenadas. Em coordenadas cartesianas, fazemos  $m_x = M_0 \phi_x$  e  $m_y = M_0 \phi_y$ , onde  $\phi_x$  e  $\phi_y$  representam os ângulos de desvio de  $\vec{M}$  da posição de equilíbrio nas direções  $x$  e  $y$ . Com a Eq. (23) obtemos:

$$\begin{aligned} -i \frac{\omega_0 M}{\gamma} \phi_x &= E_{xy} \phi_x + E_{yy} \phi_y \\ i \frac{\omega_0 M}{\gamma} \phi_y &= E_{xx} \phi_x + E_{yx} \phi_y \end{aligned} \quad (25)$$

onde os índices em  $E$  representam derivadas parciais em relação a  $\phi_x$  e  $\phi_y$ . A partir do zero do determinante do sistema obtemos a frequência do modo uniforme

$$\omega_0 = \frac{\gamma}{M_0} (E_{xx} E_{yy} - E_{xy}^2)^{1/2} \quad (26)$$

onde o 0 indica que as derivadas da energia são calculadas na posição de equilíbrio de  $\vec{M}$ . Para concluir esta seção, vamos calcular  $\omega_0$  a partir de expressões da energia em coordenadas esféricas de  $\vec{M}$ . Neste caso a expansão de  $\vec{M}$  em torno da posição de equilíbrio é:

$$\vec{M} = M_0 \hat{e}_r + m_\theta \hat{e}_\theta + m_\phi \hat{e}_\phi \quad (27)$$

onde  $m_\theta = M_0 \delta\theta$  e  $m_\phi = M_0 \sin\theta \delta\phi$ , sendo  $\delta\theta$  e  $\delta\phi$  os desvios da posição de equilíbrio  $\theta_0$  e  $\phi_0$ . Usando procedimento semelhante ao anterior, obtemos

$$\omega_0^2 = \frac{\gamma^2}{M^2 \sin^2 \theta} (E_{\theta\theta} E_{\phi\phi} - E_{\theta\phi}^2)_{\theta_0 \phi_0} \quad (28)$$

Note que as equações (26) e (28) mostram que a frequência de oscilação depende somente das derivadas de segunda ordem da energia na posição de equilíbrio, como ocorre em diversos outros sistemas físicos. Na próxima seção estas expressões serão utilizadas para calcular a frequência de ressonância para algumas situações importantes.

## 2c. Efeitos de Anisotropia de Forma

Uma das características marcantes nos materiais magnéticos é o efeito de desmagnetização. Ele resulta dos campos criados pelos dipolos magnéticos não compensados nas superfícies da amostra. Quando um campo  $\vec{H}_0$  uniforme é aplicado numa amostra com forma elipsoidal, o campo interno também é uniforme, podendo ser escrito na forma

$$\vec{H}_{int} = \vec{H}_0 - \overline{\overline{N}} \cdot \vec{M} \quad (29)$$

Onde  $\overline{\overline{N}}$  é o tensor de fatores de desmagnetização da amostra. Se o sistema de coordenadas cartesianas coincide com os eixos de simetria da amostra, o tensor é diagonal, com componentes  $N_x$ ,  $N_y$  e  $N_z$ , de modo que para qualquer componente  $\alpha$

$$H_{int,\alpha} = H_{0\alpha} - N_\alpha M_\alpha \quad (30)$$

Note que se o campo estático é aplicado na direção  $z$ , o campo de desmagnetização nesta direção é estático, porém os campos de desmagnetização transversais são de rf, pois, são dados por  $N_x m_x$  e  $N_y m_y$ . Os fatores de desmagnetização obedecem a relação (sistema Gaussiano)

$$N_x + N_y + N_z = 4\pi \quad (31)$$

Para calcular a frequência do modo uniforme numa amostra ferromagnética com forma elipsoidal, sem anisotropia interna, consideramos o campo efetivo atuando localmente sobre a magnetização,

$$\vec{H}_{ef} = \vec{H}_0 - \overline{\overline{N}} \cdot \vec{M} + \vec{H}_E + \vec{H}_L \quad (32)$$

onde



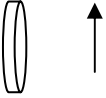

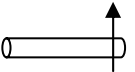
$$\vec{H}_E = \lambda \vec{M} \quad , \quad \vec{H}_L = \frac{4\pi}{3} \vec{M} \quad (33)$$

são respectivamente o campo de intercâmbio e o campo de Lorentz (devido à desmagnetização na esfera de Lorentz usada para obter o campo local).

É importante notar que o campo de intercâmbio, embora sendo muito maior que o campo externo aplicado ( $H_E \sim 10^7$  Oe em Fe), não contribui para a frequência do modo uniforme em ferromagnetos, pois ele acompanha a magnetização e  $\vec{M} \times \vec{M} = 0$ . Entretanto, isto não é verdade para materiais antiferro – ou ferrimagnéticos, como veremos mais tarde. O campo de Lorentz também não contribui para  $\omega_0$ . Utilizando (32) na Eq. (22), e considerando  $z$  a direção do campo externo aplicado, vem:

$$\omega_0^2 = \gamma^2 [H_0 + (N_x - N_z)M] [H_0 + (N_y - N_z)M] \quad (34)$$

Esta é a conhecida equação Kittel, deduzida<sup>3</sup> pouco depois da primeira observação de FMR por Griffiths. Ela mostra que a frequência depende da forma e da direção do campo da amostra. Por esta razão, o efeito de desmagnetização é chamado efeito de forma, ou anisotropia de forma. A Eq. (34) pode ser aplicada imediatamente a amostras com formas simples, como esfera, cilindro longo e disco fino, pois nestas situações os fatores de desmagnetização podem ser inferidos por consideração de simetria e a relação (31). Os resultados estão reunidos na Tabela 1.

Forma e direção do campo	Fatores de Desmagnetização	$\omega_0 / \gamma$	
	$N_x = N_y = N_z = \frac{4\pi}{3}$	$H_0$	(35)
	$N_x = N_y = 0$ $N_z = 4\pi$	$H_0 - 4\pi M$	(36)
	$N_z = N_x = 0$ $N_y = 4\pi$	$[H_0(H_0 + 4\pi M)]^{1/2}$	(37)
	$N_z = 0$ $N_x = N_y = 2\pi$	$H_0 + 2\pi M$	(38)
	$N_y = 0$ $N_z = N_x = 2\pi$	$[H_0(H_0 - 2\pi M)]^{1/2}$	(39)

## 2d. Efeito de Anisotropia Cristalina

Num material magnético cristalino, existem interações entre o campo elétrico cristalino e os momentos magnéticos atômicos que tendem a dirigir a magnetização local para certas direções de grande simetria do cristal. Estas interações podem ser representadas por uma energia magnetocristalina, também chamada de energia de anisotropia. Sua simetria e magnitude dependem da simetria do cristal e da composição química do material.

A origem microscópica da anisotropia reside no fato de que os spins dos elétrons interagem com os momentos orbitais, através da interação  $\vec{L} \cdot \vec{S}$ , e as cargas eletrônicas dos

<sup>3</sup> C.Kittel, Physical Review **71**, 270 (1947); **73**, 155 (1948)

orbitais sofrem a ação do campo elétrico cristalino. Os efeitos da anisotropia nas frequências das excitações de spin podem ser estudadas utilizando-se a forma fenomenológica da energia de anisotropia. Esta forma depende apenas da simetria do cristal e resulta do fato de que a energia depende diretamente da direção da magnetização no cristal. Por exemplo, num cristal com simetria uniaxial, a energia de anisotropia pode ser expandida em série de potências

$$E_u = -K_{u1} \cos^2 \beta - K_{u2} \cos^4 \beta \quad (40)$$

onde  $\beta$  é o ângulo entre  $\vec{M}$  e a direção de simetria e  $K_{u1}$  e  $K_{u2}$  são as constantes de anisotropia uniaxial de primeira e segunda ordem. Veja que se  $K_{u1}$  e  $K_{u2}$  forem positivos, a energia é mínima quando  $\vec{M}$  estiver na direção  $\beta = 0, \pi$ , que é chamado o **eixo fácil** do cristal. Por outro lado, se  $K_{u1}$  e  $K_{u2}$  forem negativos, a energia será mínima quando  $\beta = \pi/2$ , caracterizando o **plano fácil** de magnetização, perpendicular ao eixo de simetria. As constantes de anisotropia podem ser calculadas microscopicamente a partir da estrutura eletrônica do material (o que não é fácil). Elas também podem ser determinadas experimentalmente com grande precisão, por meio de diversas técnicas, como por exemplo FMR. Cobalto, cuja estrutura cristalina é hexagonal, é caracterizado por uma anisotropia cristalina na forma da Eq. (40), com constantes  $K_{u1} = 4,1 \times 10^6 \text{ erg/cm}^3$  e  $K_{u2} = 1,0 \times 10^6 \text{ erg/cm}^3$ , a temperatura ambiente.

Num cristal com estrutura cristalina cúbica, como Ferro, ou YIG (nome inglês usado para a granada de ferro e ítrio, cuja composição química é  $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$ ), há várias direções equivalentes, de modo que a representação da energia requer o uso de vários ângulos. Podemos então usar  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  para representar os cosenos diretores da direção de  $\vec{M}$  em relação aos eixos  $[100]$ ,  $[010]$  e  $[001]$  do cristal, respectivamente. A energia de anisotropia cúbica pode então ser expressa por

$$E_C \cong K_1 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + K_2 \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 \quad (41)$$

Neste caso, a direção de energia mínima pode ser qualquer um dos eixos principais do cristal cúbico,  $\langle 100 \rangle$ ,  $\langle 110 \rangle$  e  $\langle 111 \rangle$ , dependendo dos valores relativos de  $K_1$  e  $K_2$ . No caso do ferro,  $K_1 = 4,2 \times 10^5 \text{ ergs/cm}^3$  e  $K_2 = 1,5 \times 10^5 \text{ ergs/cm}^3$ , a temperatura ambiente, e os eixos fáceis estão nas direções  $\langle 100 \rangle$ . Em YIG  $K_1 \cong -5 \times 10^3 \text{ ergs/cm}^3$  e  $K_2$  é desprezível de modo que o eixo fácil é  $\langle 111 \rangle$ , enquanto o eixo difícil é  $\langle 100 \rangle$ .

A equação (28) é muito conveniente para a introdução do efeito da anisotropia cristalina na frequência do modo uniforme, uma vez que ela depende apenas da direção de  $\vec{M}$ . Para ilustrar uma aplicação, consideramos um filme de ferro orientado no plano (001), submetido a um campo externo  $\vec{H}_0$  no plano. Para determinar as propriedades magnéticas utilizando FMR, mede-se o campo de ressonância  $H_r$  em função do ângulo azimutal do campo, como ilustrado na Figura 5(a), mantendo-se fixa a frequência da radiação. A expressão da energia adequada a esta situação é,

$$E = -\vec{H}_0 \cdot \vec{M} + K_1 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + 2\pi (\vec{M} \cdot \hat{n})^2 - K_n (\vec{M} \cdot \hat{n} / M)^2 \quad (42)$$

onde o primeiro termo representa a energia Zeeman, de interação com o campo aplicado, o segundo é a energia de anisotropia cúbica, considerada apenas em primeira ordem, o terceiro é a

energia de desmagnetização e o quarto é a energia de anisotropia perpendicular ao filme, sendo  $\hat{n}$  o vetor unitário normal ao plano do filme. O cálculo das derivadas de segunda ordem de  $E$  para utilização de (28) é imediato e pode ser feito analiticamente. Entretanto, o cálculo do ângulo  $\phi_0$  de equilíbrio de  $M$  só pode ser feito numericamente, através da minimização da energia. Variando-se os parâmetros,  $M$ ,  $K$ , e  $K_n$  é possível ajustar o resultado teórico às medidas experimentais. A Figura 5(b) mostra as medidas e os resultados deste ajuste em filme de Fe crescido sobre um substrato de (001) GaAs, apresentando a simetria  $C_4$  apropriada para o plano (001)<sup>4</sup>. Os valores extraídos do ajuste foram  $4\pi M \equiv 17,8$  Kg,  $2K_1/M = 0,53$  kOe, que são próximos dos parâmetros de Fe massivo, com um campo de anisotropia perpendicular  $2K_n/M = 1,2$  kOe

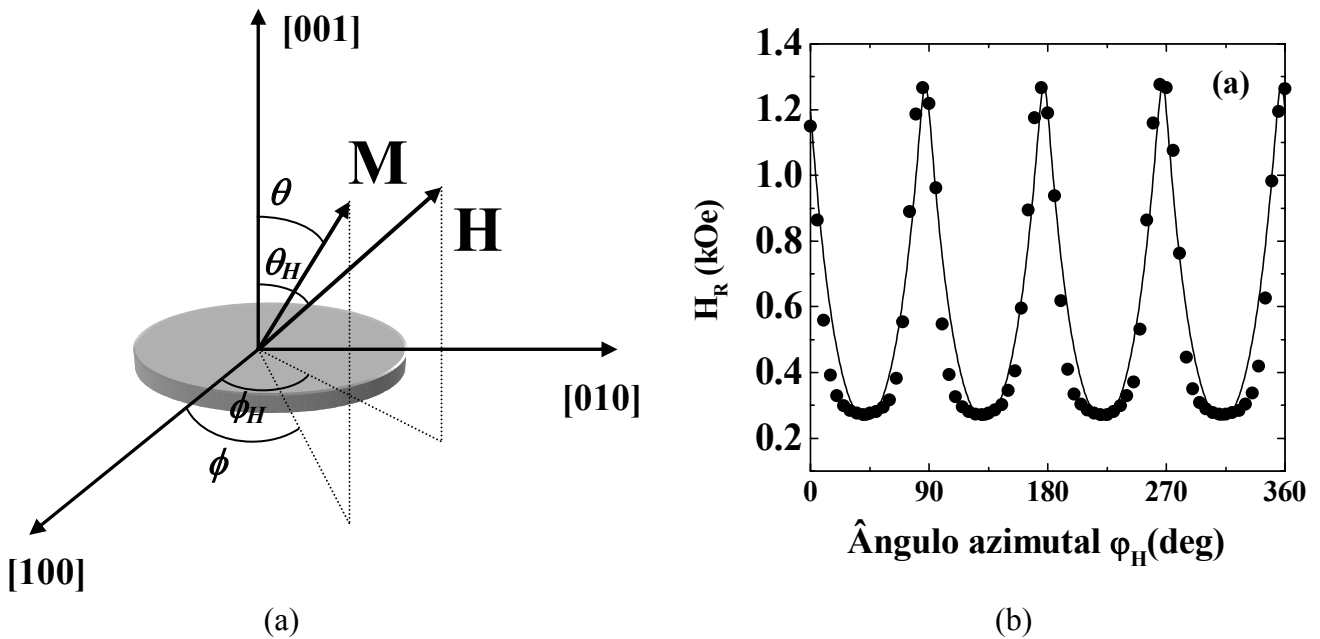


Figura 5: (a) Configuração de campo usada para medida de FMR em filme fino; (b) Campo de ressonância em função do ângulo, de filme de Fe, em 11 GHz.

### 3. Ressonância em Sistemas Antiferromagnéticos

Em muitos sistemas magnéticos a interação de intercâmbio é negativa, o que tende a produzir um alinhamento anti-paralelo, ou antiferromagnético (AF), entre os momentos vizinhos. Quando isto ocorre na escala atômica, o material pode ter uma fase AF em certas faixas de temperatura. A Figura 6(a) mostra as estruturas química e magnética de  $MnF_2$ , em antiferromagneto clássico, que ordena com duas sub-redes magnéticas em  $T < T_N \cong 68$  K. A magnetização total do sistema é nula, porém a magnetização de cada sub-rede é diferente de zero em  $T < T_N$ .

<sup>4</sup> B.Li, J.R.Fermin, A.Azevedo, F.M. de Aguiar, S.R.Rezende, Applied Physics Letters **72**, 2760 (1998)

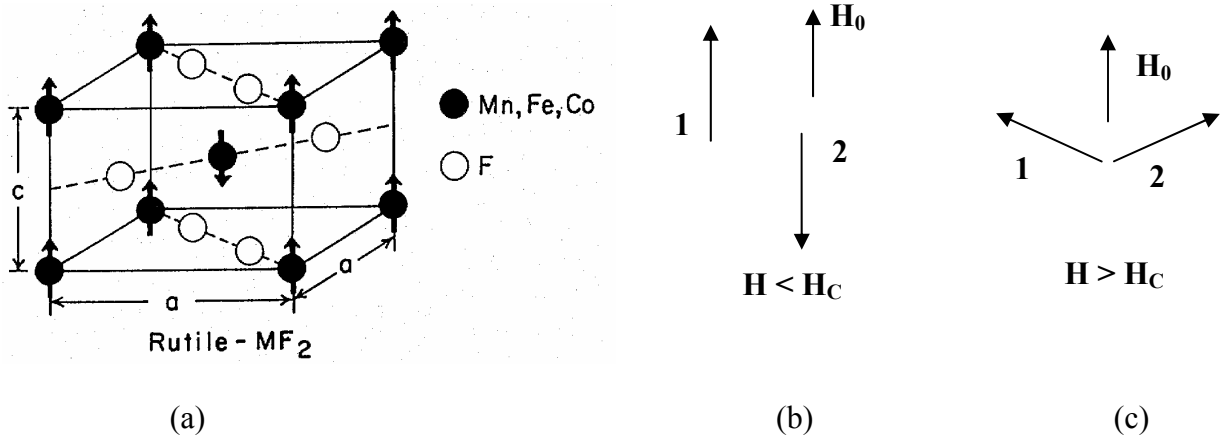


Figura 6: (a) Estrutura química e magnética de  $\text{MnF}_2$ ; (b) alinhamento de spins em antiferromagneto com duas subredes na fase AF; (c) spins na fase SF

Se o sistema tiver uma anisotropia uniaxial, na fase ordenada e sem campo externo aplicado, os momentos das duas sub-redes ficam alinhados ao longo do eixo fácil e anti-paralelos entre si, caracterizando a fase AF, mostrada na Fig. 6(b). Este é o caso de  $\text{MnF}_2$ , que tem uma estrutura cristalina tetragonal. Se houver um campo externo  $H_0$  na direção do eixo fácil, de intensidade menor que um valor crítico  $H_C$ , o sistema mantém a fase AF. Entretanto, se  $H_0 > H_C$ , a situação de menor energia é aquela na qual os momentos das duas sub-redes ocupam a posição indicada na Fig. 6(c), caracterizando a fase SF (spin-flop). À medida que  $H_0$  aumenta o ângulo dos momentos com o campo diminui, até que em  $H_0 \geq H_{\text{sat}}$  eles se alinham com o campo, caracterizando a fase paramagnética. Os valores de  $H_C$  e  $H_{\text{sat}}$  podem ser calculados através da minimização da energia e são dados por

$$H_C = (2H_E H_A + H_A^2)^{1/2} \quad (43)$$

$$H_{\text{sat}} = 2H_E + H_A \quad (44)$$

onde  $H_E$  é o campo de intercâmbio entre as duas sub-redes e  $H_A = 2 K_{1u}/M$  é o campo de anisotropia uniaxial.

O cálculo das frequências de excitação dos antiferromagnetos utiliza o mesmo formalismo dos sistemas ferromagnéticos. A diferença é que, tendo duas magnetizações de sub-redes, o sistema tem dois graus de liberdade e portanto dois modos de precessão uniforme. Para calcular as frequências utilizamos a Eq. (7) para as magnetizações de sub-rede,  $\vec{M}_1$  e  $\vec{M}_2$ , cada uma com seu campo magnético efetivo. As magnetizações são decompostas na forma

$$\begin{aligned} \vec{M}_1 &= \hat{z} M + (\hat{x} m_{1x} + \hat{y} m_{1y}) e^{-i\omega_0 t} \\ \vec{M}_2 &= -\hat{z} M + (\hat{x} m_{2x} + \hat{y} m_{2y}) e^{-i\omega_0 t}, \end{aligned} \quad (45)$$

sendo os campos efetivos sobre cada sub-rede dados por,

$$\vec{H}_{ef1} = \hat{z} H_0 + \hat{z} H_A - \lambda \vec{M}_2 \quad (46)$$

$$\vec{H}_{ef2} = \hat{z} H_0 - \hat{z} H_A - \lambda \vec{M}_1$$

onde o último termo em (46) é o campo de interação entre as sub-redes, responsável pelo alinhamento AF. O parâmetro  $\lambda$  está relacionado ao campo de intercâmbio,  $H_E = \lambda M$ . Substituindo (45) e (46) em (7) obtemos duas equações para as componentes de rf de  $\vec{M}_1$ , e duas para  $\vec{M}_2$ , acoplados através de intercâmbio  $\lambda$ . As frequências de oscilação são as raízes da equação obtida anulando o determinante da matriz principal. A solução dessa equação pode ser simplificada, reduzindo a ordem do determinante de 4 para 2, introduzindo as variáveis normais  $m_1^+ = m_{1x} + im_{1y}$  e  $m_2^+ = m_{2x} + im_{2y}$ . Isto permite transformar as quatro equações de movimento em duas, porque como os momentos precessionam circularmente, o comportamento de  $m_x$  está diretamente relacionado ao de  $m_y$ . Esta mesma simplificação poderia ter sido feita no caso ferromagnético, porém não foi feita porque as equações já eram suficientemente simples. As raízes das equações são as frequências de dois modos uniformes, representados por + e -,

$$\omega_{0,+,-} = \gamma (H_C \pm H_0) \quad (47)$$

onde  $H_C$  é dado por (43). Note que enquanto a frequência do modo - diminui com o aumento de  $H_0$ , o do modo + aumenta com o campo, como ilustrado na Figura 7. Quando a frequência do modo - atinge zero, o sistema torna-se instável e sofre transição para a fase spin-flop (SF).

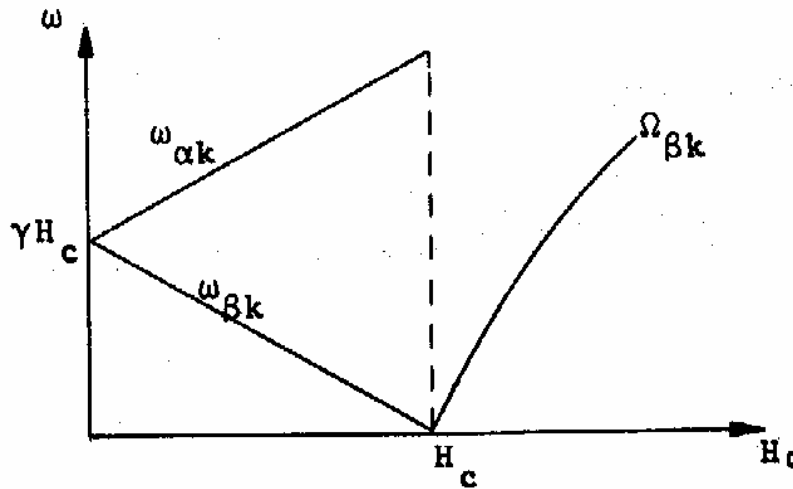


Figura 7: Freqüências dos dois modos uniformes em antiferromagneto em função do campo aplicado.

Como a configuração dos desvios de magnetização na fase SF é diferente daquela na fase AF, os comportamentos de  $\omega_0 \times H_0$  são completamente distintos nas duas fases.

Atualmente há um grande interesse científico e tecnológico em sistemas formados por filmes e multicamadas metálicas ultrafinas. Isto é resultado da evolução das técnicas de preparação de filmes de alta qualidade e da descoberta de fenômenos surpreendentes. Na realidade, os métodos de preparação de filmes são os mesmos utilizados há 30 anos atrás, porém o controle do processo é hoje extremamente rigoroso. Com as atuais técnicas de ultra-alto-vácuo é possível controlar a deposição de um filme na escala atômica, crescendo uma camada atômica após outra, com alto grau de perfeição e pureza. É possível também depositar sobre um filme com certa composição química outro filme com diferente composição, e sobre este um igual ao primeiro e assim sucessivamente para formar uma multicamada. Os filmes magnéticos podem ser monocristalinos, policristalinos ou amorfos, dependendo do método de deposição, da natureza do substrato, da estequiometria dos constituintes e das condições de deposição. A qualidade da superfície e das interfaces também depende desses fatores. As propriedades magnéticas variam muito de um sistema para outro e sua compreensão microscópica requer o conhecimento detalhado dos filmes e das superfícies.

Um dos fenômenos mais interessantes observados em multicamadas metálicas nos últimos anos, é o acoplamento entre as magnetizações de dois filmes magnéticos separados por uma fina camada não-magnética. Em 1986 Peter Gruenberg<sup>5</sup> mostrou que em tricamadas de Fe/Cr/Fe o acoplamento entre as magnetizações dos dois filmes de Fe era antiferromagnético para certas espessuras do espaçador não magnético. Alguns anos mais tarde, Stuart Parkin<sup>6</sup> verificou que na realidade o acoplamento oscila entre positivo (FM) e negativo (AF), e diminui em amplitude, à medida que a espessura aumenta.

O acoplamento AF entre dois filmes magnéticos dá origem a uma variedade de fases e tem marcante influência sobre a ressonância magnética. Um dos sistemas mais estudados é o Fe/Cr/Fe, que além do forte acoplamento AF apresenta um interação biquadrática. A energia de interação do sistema no plano (001) pode ser escrita na forma

$$E = E_z + E_A + E_{ex} \quad (48)$$

onde  $E_z$  e  $E_A$  são energias Zeeman e de anisotropia cúbica para os dois filmes e  $E_{ex}$  é a energia de acoplamento entre as magnetizações de  $\vec{M}_1$  e  $\vec{M}_2$  dos filmes, dada por

$$E_{ex} = -J_1 \frac{\vec{M}_1 \cdot \vec{M}_2}{M_1 M_2} - J_2 \left( \frac{\vec{M}_1 \cdot \vec{M}_2}{M_1 M_2} \right)^2 \quad (49)$$

---

<sup>5</sup> P. Gruenberg, R. Schreiber, Y. Pang, M.N. Brodsky, H. Sowers, Physical Review Letters **57**, 2442 (1986).

<sup>6</sup> S.P.S. Parkin, N. More, K.P. Roche, Physical Review Letters **64**, 2304 (1990)



sendo  $J_1$  e  $J_2$  as constantes de acoplamento bilinear e biquadrático, respectivamente. Somente quando o campo externo é aplicado em direções de grande simetria é possível obter a configuração de equilíbrio de  $\vec{M}_1$  e  $\vec{M}_2$  analiticamente. Quando o campo é aplicado numa direção qualquer os mínimos da energia (48) só podem ser obtidos numericamente. Isto pode ser feito na “força bruta”, variando os ângulos  $\vec{M}_1$  e  $\vec{M}_2$  no plano ( $\theta_1$  e  $\theta_2$  em relação a direção [100] ) e verificando os valores que minimizam a energia. Dependendo da intensidade e da direção do campo no plano, o sistema apresenta cinco fases distintas, ilustradas na Figura 8.

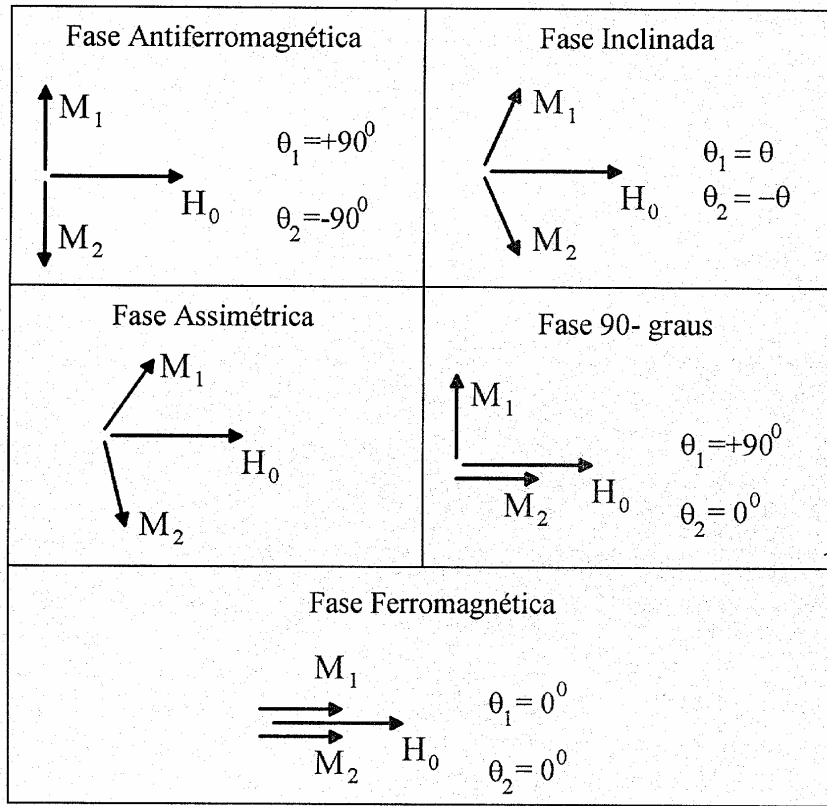


Figura 8: Fases que podem ocorrer em tricamadas com interação bilinear AF e interação biquadrática <sup>1</sup>

As frequências de ressonância em cada fase podem ser calculadas pelo mesmo formalismo utilizado anteriormente. Devido ao acoplamento entre as magnetizações dos dois filmes, cada modo de excitação num filme dá origem a dois modos, um **acústico** e outro **óptico**. A Figura 9 mostra resultados experimentais e ajustes teóricos da magnetização e das frequências de ressonância numa tricamada (100) Fe (40 Å)/Cr (11 Å)/Fe (40 Å) depositada em (100)MgO por “sputtering”<sup>7,8</sup>, com o campo aplicado ao longo de um eixo duro [110]. A

<sup>7</sup> A. Azevedo, C.Chesman, S.M.Rezende, F.M.de Aguiar, X.Bian, S.S.P. Parkin, Physical Review Letters **76**, 4837 (1996).

medida de  $M(H)$  foi feita com efeito Kerr Magneto-óptico (MOKE) e as medidas de ressonância foram feitas com o espectrômetro da Figura 1, utilizando diversas cavidades de microondas, uma para cada frequência. Para cada frequência é feita uma varredura do campo obtendo-se um espectro, como aquele mostrado no destaque. Note que o sistema apresenta três fases, AF, SF e PM. Cada fase apresenta um comportamento distinto das frequências em função do campo. Os ajustes da teoria com os dados experimentais, tanto na Figura 9(a) quanto 9(c), são feitos com os mesmos parâmetros do sistema:  $4\pi M = 19,5$  kOe,  $H_A = 2K_1/M = 0,57$  kOe,  $H_{u1} - 2J_1/Mt = -0,89$  kOe,  $H_{u2} = 2J_2/Mt = -0,07$  kOe, sendo  $t = 40$  Å e  $g = 2,1$ . É interessante notar que mesmo sendo a interação biquadrática pequena, ela é necessária para um bom ajuste teórico das medidas experimentais

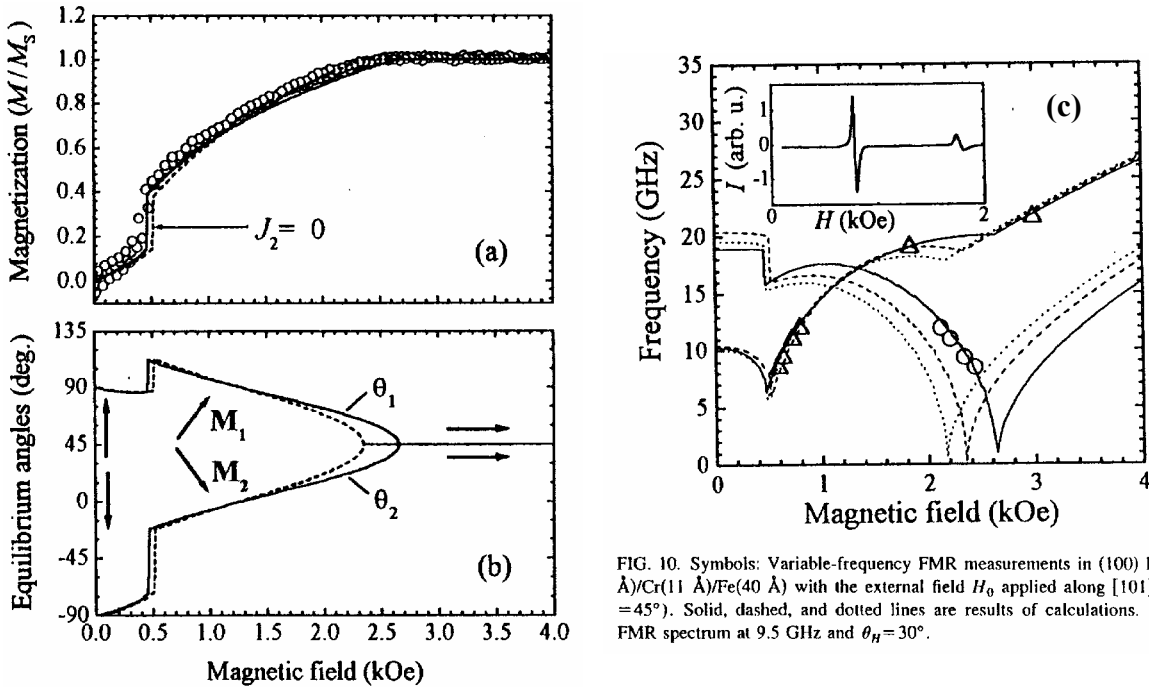


FIG. 9. Same as Fig. 8, with  $H_0$  applied along  $[101]$  ( $\theta_H = 45^\circ$ ).

Figura 9: (a) Medida de  $M(H_0)$  por MOKE em (100)/Fe (40 Å)/Cr (11 Å)/ Fe (40 Å) e ajuste teórico; (b) Ângulos das magnetizações no plano, calculados com a Eq. (48); (c) Medidas de FMR e ajuste teórico<sup>1,8</sup>.

#### 4. Ondas de Spin: Abordagem Semi-clássica

Como mencionamos na Seção 1, o modo uniforme no qual os spins precessionam em fase ao longo da amostra, é apenas um dos modos naturais de excitação do sistema. Nos materiais ferro-, ferri-, ou antiferromagnéticos, a interação entre spins vizinhos possibilita a existência de ondas de spin, propagantes ou estacionárias, nas quais a fase da precessão varia espacialmente. O tratamento semi-clássico das ondas de spin é baseado na equação de

<sup>8</sup> S.M.Rezende, C. Chesman, M.A.Lucena, A.Azevedo, F.M. de Aguiar, S.S.P. Parkin, Journal of Applied Physics **84**, 958 (1998)

movimento (7). Porém, quando spins vizinhos não são paralelos, o campo de intercâmbio que atua sobre um spin não pode ser dado apenas por  $\vec{H}_E = \lambda \vec{M}$ , pois esta expressão não contém informação sobre a variação espacial de  $\vec{M}$ . É preciso fazer com que o campo efetivo  $\vec{H}_{ef}$  contenha termos que expressem o acréscimo na energia de intercâmbio devido a desvios dos spins vizinhos. Para obter este campo consideramos a energia de intercâmbio de um spin no sítio  $i$  com todos os seus vizinhos  $j$ ,

$$E_{ex} = -J \vec{S}_i \cdot \sum_j \vec{S}_j \quad (50)$$

Na abordagem semi-clássica o spin  $\vec{S}_i$  é descrito por um vetor não quantizado. Para variações espaciais com comprimento de onda muito maior que a distância entre dois vizinhos, podemos considerar  $\vec{S}(\vec{r})$  como uma função contínua no espaço. Expandindo  $\vec{S}_j$  em (50) em série de Taylor, pode-se mostrar que o campo efetivo de intercâmbio para um cristal com rede cúbica é,

$$\vec{H}_{ex} \cong \lambda \vec{M} + \frac{D}{M} \nabla^2 \vec{M} \quad , \quad (51)$$

onde

$$\lambda = \frac{2zSJ}{g\mu_B M} \quad , \quad D = \frac{2SJa^2}{g\mu_B} \quad (52)$$

sendo  $a$  o parâmetro de rede e  $z$  o número de primeiros vizinhos. Considerando o campo estático interno na amostra na direção  $z$ ,  $H_z = H_o - N_z M$ , ignorando as energias de anisotropia e dipolar, utilizando a decomposição (10) da magnetização e a variável circularmente polarizada  $m^+ = m_x + im_y$ , a substituição de (51) na equação de movimento (7) leva a

$$\frac{\partial m^+}{\partial t} = -i\gamma \left( H_z m^+ - D \nabla^2 m^+ \right) \quad (53)$$

Esta equação admite solução de onda plana propagante

$$m^+(\vec{r}, t) = m_0 e^{i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega_k t} \quad , \quad (54)$$

que significa que a parte transversal de  $\vec{M}$  executa um movimento de rotação no plano  $xy$ , com frequência angular  $\omega_k$ , cuja fase varia no espaço e no tempo. As equações (10) e (54) correspondem a uma onda de spin, ilustrada na Figura 2(b). A frequência da onda de spin varia com o vetor de onda  $\vec{k}$ , de acordo com a relação de dispersão obtida diretamente da substituição de (54) em (53),

$$\omega_k = \gamma \left( H_z + D k^2 \right) \quad . \quad (55)$$

É interessante observar que a Eq. (53) tem forma idêntica à equação de Schrödinger para uma partícula submetida a um potencial proporcional a  $H_z$ . Por isso as ondas de spin têm

relação de dispersão quadrática em  $k$ , como elétrons num potencial uniforme. Na realidade, a relação de dispersão só vale para ondas de spin com comprimento de onda  $\lambda_k = 2\pi/k$  muito maior que o parâmetro de rede  $a$  (para valer a aproximação (51)) e muito menor que as dimensões da amostra (para valer a condição de onda plana). Ela também só vale para ondas que propagam na direção  $z$  do campo magnético, pois somente nesta situação é nulo o campo dipolar interno. Quando a onda propaga em qualquer outra direção, ela tem uma variação na densidade de dipolos que cria um campo magnético dipolar. O campo dipolar, gerado pela variação espacial na componente rf da magnetização, obedece as equações de Maxwell

$$\nabla \cdot \vec{B} = (\nabla \cdot \vec{h}_{dip} + 4\pi \nabla \cdot \vec{m}) = 0 \quad (56)$$

$$\nabla \times \vec{h}_{dip} \approx 0 \quad (\text{aproximação magnetostática}) \quad (57)$$

Para uma variação espacial de  $m_x$  e  $m_y$  do tipo  $\exp(i\vec{k} \cdot \vec{r})$ , a solução de (56) e (57) é dada por

$$\vec{h}_{dip} = -\frac{\vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{m})}{k^2} \quad (58)$$

Substituindo (10), (51) e (58) na equação de movimento (7), obtém-se como solução

$$\vec{m} = (\hat{x} m_0 + i \hat{y} e m_0) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega_k t}, \quad (59)$$

onde

$$\omega_k = \gamma \left[ (H_z + Dk^2) (H_z + Dk^2 + 4\pi M \text{sen}^2 \theta_k) \right]^{1/2}, \quad (60)$$

sendo  $\theta_k$  o ângulo entre o vetor  $\vec{k}$  e a direção do campo. A Figura 10 mostra a relação de dispersão (60) para ondas de spin com  $a \ll \lambda_k \ll D$  (dimensão da amostra).

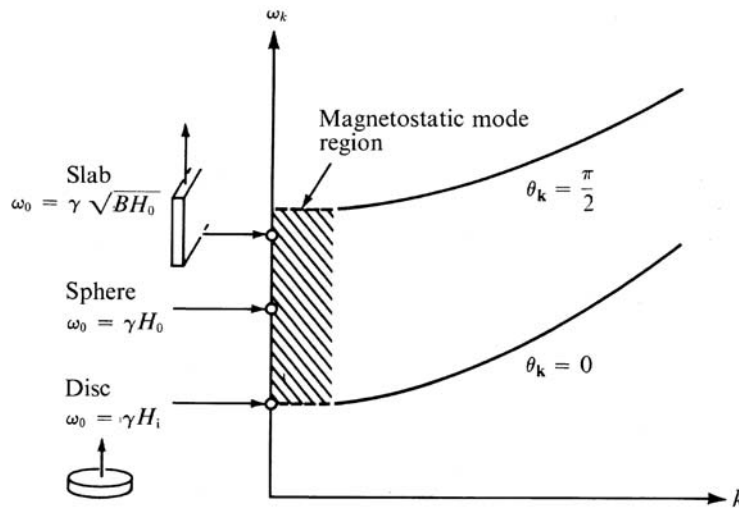


Figura 10: Relação de dispersão de ondas de spin. Os círculos no eixo  $k = 0$  indicam as frequências do modo uniforme em amostra na forma de disco ou esfera.  $B = H_z + 4\pi M$ .

Para cada valor de  $\theta_k$ , a curva  $\omega_k \times k$  é parabólica. A Figura 10 mostra apenas as curvas nos casos limites de propagação ao longo ( $\theta_k = 0$ ) e perpendicular ( $\theta_k = \pi/2$ ) ao campo. Note que a frequência da onda aumenta com  $\theta_k$  devido ao efeito da energia dipolar. Como pode-se ver na Figura 11. Numa onda propagando ao longo do campo a densidade de momento magnético é uniforme e, portanto, o campo dipolar em (56) é nulo. Por outro lado, na propagação perpendicular ao campo, a densidade do momento varia ao longo de  $\vec{k}$ , resultando num campo dipolar de volume. A Eq. (58) exprime este resultado.

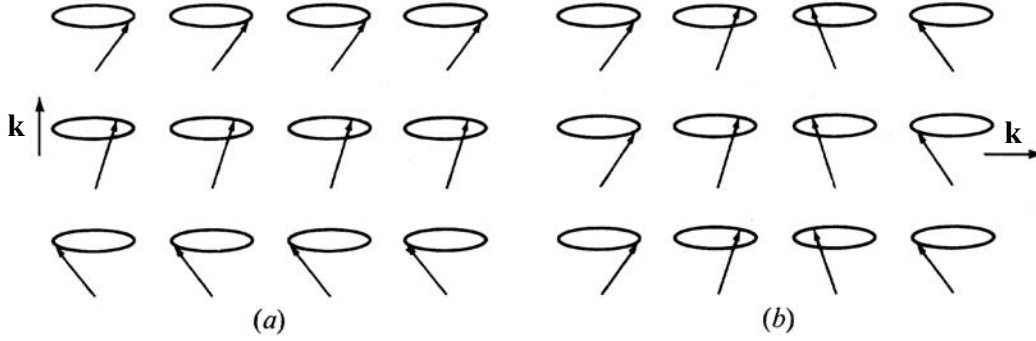


Figura 11: Ilustração de uma onda de spin propagando nas direções paralela (a) e perpendicular (b) ao campo magnético.

Uma outra consequência importante do campo dipolar é que a precessão da magnetização para  $\theta_k \neq 0$  deixa de ser circular, ela é elíptica. A elipticidade  $e$  que aparece na Eq. (59) é facilmente obtida da equação de movimento, sendo dada por

$$e = \frac{\gamma (H_z + Dk^2 + 4\pi M \sin^2 \theta_k)}{\omega_k} \quad (61)$$

Note que para  $\theta_k = 0$ ,  $e = 1$  e a precessão é circular, enquanto para  $\theta_k = \pi/2$  a elipticidade é máxima. A região da relação de dispersão próxima do eixo vertical na Figura 10, na qual o vetor de onda é tal que a energia de intercâmbio é muito menor que a dipolar,  $Dk^2 \ll 4\pi M$ , é chamada região magnetostática. As ondas nesta região sofrem efeito maior das condições de contorno nas extremidades da amostra, pois seu comprimento de onda se aproxima das dimensões da amostra. Para estudar as **ondas magnetostáticas**, como são chamadas, basta usar a equação de movimento (7) e as equações (56) e (57), pois a pequena defasagem entre spins vizinhos torna desprezível a variação da energia de intercâmbio. A Eq. (7) fornece uma relação direta entre a magnetização de rf e o campo magnético associado a ela,

$$\begin{pmatrix} m_x \\ m_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \kappa & i\nu \\ -i\nu & \kappa \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix}, \quad (62)$$

$$\text{onde } \kappa = \frac{H_z M}{H_z^2 - (\omega/\gamma)^2} \quad , \quad \nu = \frac{M \omega/\gamma}{H_z^2 - (\omega/\gamma)^2} \quad . \quad (63)$$

O campo  $\vec{h}$  produzido por  $\vec{m}$  é dado pelas equações (56) e (57), e pode ser expresso em termos de um potencial magnetostático  $\phi$ ,

$$\vec{h} = -\nabla_t \phi \quad , \quad (64)$$

onde  $\nabla_t$  indica o gradiente nas coordenadas transversais a direção  $z$  do campo. Substituindo (62) e (64) em (56) vem

$$\nabla^2 \phi + \nabla \cdot 4\pi \overline{\chi} \cdot \nabla_t \phi = 0 \quad , \quad (65)$$

onde  $\overline{\chi}$  é o tensor susceptibilidade da Eq. (62). Esta equação permite obter  $\phi(\vec{r})$  na geometria desejada, a partir do qual calcula-se  $\vec{h}$  e  $\vec{m}$ . Em coordenadas cartesianas (65) reduz-se a,

$$(1 + \kappa) \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad , \quad (66)$$

conhecida como a equação de Walker<sup>9</sup>. Vamos utilizar a equação de Walker para caracterizar as ondas magnetostáticas numa amostra ferromagnética com superfície plana. Para simplificar o problema, consideramos um meio magnético semi-infinito, com uma superfície plana em  $x = 0$ , como ilustrado na Figura 12. O potencial magnético  $\phi^i$  no interior da amostra ( $x > 0$ ) satisfaz a Eq. (66). No exterior (vácuo ou ar), o potencial  $\phi^e$  satisfaz a equação de Laplace, que corresponde a (66) com  $\kappa \rightarrow 0$ . É fácil ver que, em coordenadas cartesianas, as soluções para o potencial são ondas planas,

$$\phi^{i,e}(x, y, z) = e^{\pm i k_x^{i,e} x} e^{\pm i k_y^{i,e} y} e^{\pm i k_z^{i,e} z} \quad , \quad (67)$$

sendo

$$(1 + \kappa) \left( k_x^{i2} + k_y^{i2} \right) + k_z^{i2} = 0 \quad (68)$$

$$k_x^{e2} + k_y^{e2} + k_z^{e2} = 0 \quad (69)$$

<sup>9</sup> L.R. Walker, Journal of Applied Physics **29**, 318 (1958).

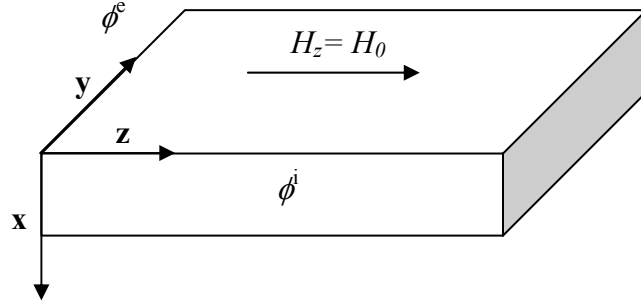


Figura 12: Geometria utilizada para estudar ondas magnetostáticas em amostras com superfície plana

A natureza das soluções depende do sinal de  $(1 + \kappa)$ , que por sua vez depende da posição relativa da frequência  $\omega$  na relação de dispersão. Na região  $\gamma H_0 < \omega < \gamma (H_0 B)^{1/2}$ ,  $(1 + \kappa)$  é negativo, de modo que todas componentes de  $k^i$  podem ser reais. O potencial  $\phi^i$  em (67) com todos  $k^i$  reais caracteriza ondas planas em todo o volume da amostra, chamadas ondas magnetoestáticas de volume. Naturalmente, se  $k_y^e$  e  $k_z^e$  são reais, a Eq. (69) obriga  $k_x$  a ser imaginário, o que significa que  $\phi^e$  decai exponencialmente em  $x < 0$ .

Na região  $\gamma (H_0 B)^{1/2} < \omega < \gamma B$ ,  $0 < (1 + \kappa) < 1$ , e por conseguinte alguma das componentes de  $k^i$  deve ser imaginária. Neste caso,  $k_x$  imaginário implica numa onda magnetostática cuja amplitude decai exponencialmente em  $x > 0$ , caracterizando uma onda de superfície. Para obter as relações de dispersão em função do campo  $H_0$  é necessário submeter (67) – (69) as condições de contorno apropriadas para o campo magnético,  $\vec{h}$  tangencial e  $\vec{b}$  normal contínuos em  $x = 0$ . O resultado final é uma equação transcendental, cujas soluções dependem da direção de propagação.

Quando a amostra tem a forma de uma placa, limitada por dois planos paralelos, como é o caso de um filme, a solução da equação de Walker torna-se um pouco mais complicada no caso geral, pois é necessário casar as condições de contorno nas duas superfícies. Entretanto, a solução para as ondas de superfície é simples, pois requer  $k_z^{i,e} = 0$ . Ou seja, a onda de superfície propaga perpendicularmente ao campo  $\vec{H}_0$ . Além disso, a solução é unidirecional, isto é, a onda tem  $k_y^i$  positivo numa superfície e negativo na outra, dependendo do sentido do campo. Pode-se mostrar que a relação de dispersão da onda de superfície, chamada de modo de Damon-Eshbach<sup>10</sup>, é,

$$\omega_{DE}^2 = \gamma^2 \left[ H_0^2 + H_0 4\pi M + (2\pi M)^2 (1 - e^{-2k_y t}) \right] \quad (70)$$

<sup>10</sup> R.W.Damon e J.R. Eshbach, Journal of Applied Physics **31**, 104S (1960).

onde  $t$  é a espessura da amostra. A Figura 13 mostra as relações de dispersão de ondas magnetostáticas de volume e de superfície num filme. No caso das ondas de volume a forma da curva depende da direção de propagação em relação ao campo. É interessante notar que a onda de superfície tem frequência e configuração que tendem para o modo uniforme no filme quando  $k \rightarrow 0$ .

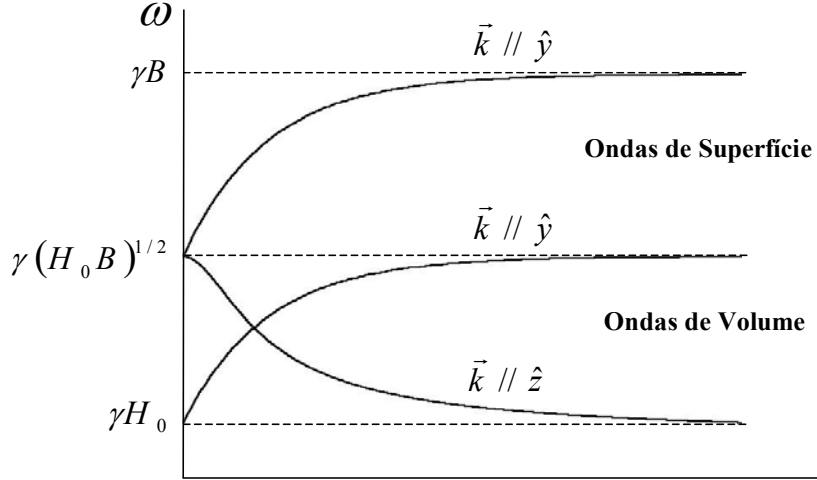


Figura 13: Relações de dispersão de ondas magnetostáticas em filmes.

## 5. Ondas de spin: Tratamento Quântico

Certas características das ondas de spin não aparecem no tratamento semi-clássico porque são de natureza intrinsecamente quântica. Outras são comuns tanto ao tratamento semi-clássico como quântico. A abordagem quântica pode ser feita de várias maneiras. Vamos utilizar aqui uma das mais simples, a da segunda quantização, na qual as energias do sistema que dependem de operadores de spin são expressas em termos de operadores de criação e destruição de quanta de ondas de spin, os **magnons**.

Vamos considerar um ferromagneto com  $N$  spins  $S$ , em sítios  $i$ , interagindo em primeiros vizinhos através de uma constante de intercâmbio  $J > 0$ . Para simplificar ignoramos a interação dipolar e a anisotropia, de modo que o Hamiltoniano do sistema pode ser escrito na forma

$$\begin{aligned}
 H &= H_z + H_{exc} = -g\mu_B \sum_i H_z S_i^z - \sum_{i \neq j} J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j \\
 &= -g\mu_B \sum_i H_z S_i^z - \sum_{i \neq j} J_{ij} \left[ S_i^z S_j^z + \frac{1}{2} (S_i^- S_j^+ + S_i^+ S_j^-) \right] \quad (71)
 \end{aligned}$$

onde  $S^+$  e  $S^-$  são os operadores de levantamento e abaixamento de spin. É fácil verificar que o estado fundamental é aquele no qual todos os spins apontam na direção  $z$  do campo, ou seja,



$$|0\rangle = |S_1^z = S, \dots, S_N^z = S\rangle \quad . \quad (72)$$

Devido à presença da interação de intercâmbio, o primeiro estado excitado não corresponde a um desvio de spin localizado, mas sim a um desvio distribuído em todo o sistema, um magnon. Os magnons têm comportamento de bosons, e portanto devem ter operadores de criação e de aniquilação que obedecem às regras de comutação,

$$[a_k, a_{k'}^+] = \delta_{kk'} \quad , \quad [a_k, a_{k'}] = [a_k^+, a_{k'}^+] = 0 \quad . \quad (73)$$

Para chegar a estes operadores utilizamos transformações canônicas dos operadores de spin conhecidas como transformações de Holstein-Primakoff. Estas transformações associam o operador de criação de desvio de spin no sitio  $i$ ,  $a_i^+$ , ao operador  $S_i^-$ , e o operador de destruição de desvio  $a_i$ , a  $S_i^+$ . Os operadores  $a_i$  e  $a_i^+$  devem satisfazer as regras de comutação de bosons, e também às relações que caracterizam a criação e a destruição do número de desvios  $n_i$

$$a_i^+ |n_i\rangle = (n_i + 1)^{1/2} |n_i + 1\rangle \quad (74)$$

$$a_i |n_i\rangle = (n_i)^{1/2} |n_i - 1\rangle \quad (75)$$

Pode-se mostrar que as transformações que satisfazem a estas relações e as regras de comutação dos operadores  $a_i$ ,  $a_i^+$ ,  $S_i^+$  e  $S_i^-$  são

$$S_i^+ = (2S)^{1/2} \left( 1 - \frac{a_i^+ a_i}{2S} \right)^{1/2} a_i \quad (76)$$

$$S_i^- = (2S)^{1/2} a_i^+ \left( 1 - \frac{a_i^+ a_i}{2S} \right)^{1/2} \quad (77)$$

$$S_i^Z = S - a_i^+ a_i = S - n_i \quad (78)$$

A expansão da raiz quadrada em (76) e (77) leva a,

$$S_i^+ = (2S)^{1/2} \left( a_i - \frac{1}{4S} a_i^+ a_i a_i + \dots \right) \quad (79)$$

$$S_i^- = (2S)^{1/2} \left( a_i^+ - \frac{1}{4S} a_i^+ a_i^+ a_i + \dots \right) \quad (80)$$

O passo seguinte é a transformada de Fourier dos operadores  $a_i^+$  e  $a_i$  para introduzir operadores de excitações coletivas

$$a_i = \frac{1}{N^{1/2}} \sum_k e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}_i} a_k \quad (81)$$

$$a_i^+ = \frac{1}{N^{1/2}} \sum_k e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}_i} a_k^+ \quad (82)$$

A substituição de (79)-(82) em (71) leva a um Hamiltoniano de segunda quantização na forma,

$$H = E_0 + \sum_k \hbar \omega_k a_k^+ a_k + \sum_{kk'} V_{kk'} a_k^+ a_{k'} a_{k-k'} + \dots \quad (83)$$

que representa uma coleção de osciladores harmônicos interagentes. Pode-se mostrar que a frequência dos osciladores harmônicos é dada por

$$\omega_k = \gamma H_z + \frac{2zJS}{\hbar} (1 - \gamma_k) \quad (84)$$

onde  $\gamma_k$  é um fator geométrico que depende somente da estrutura cristalina,

$$\gamma_k = \frac{1}{2} \sum_{\vec{\delta}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{\delta}} \quad , \quad (85)$$

sendo  $\vec{\delta}$  o vetor que vai de um sítio  $i$  a qualquer de seus  $z$  vizinhos. No caso de uma rede cúbica simples, com parâmetro de rede  $a$ ,

$$\gamma_k = \frac{1}{3} (\cos k_x a + \cos k_y a + \cos k_z a) \quad . \quad (86)$$

A relação de dispersão (84) com  $\vec{k}$  ao longo da direção [100] está mostrada na Fig. 14.

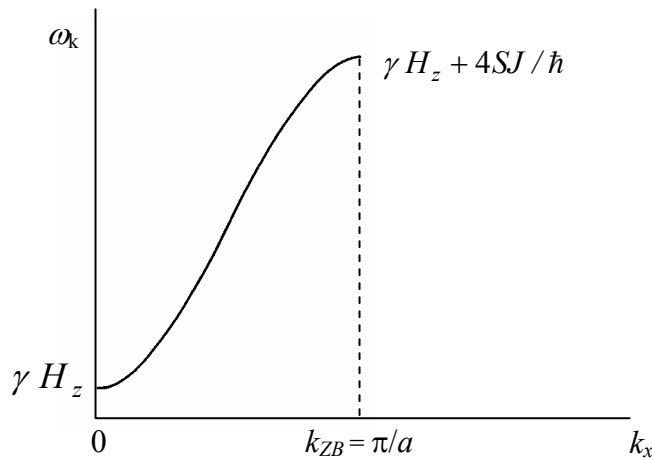


Figura 14: Relação de dispersão de magnons em sistema ferromagnético.

Note que o fato da rede cristalina ser espacialmente periódica, com período  $a$ , resulta numa relação de dispersão periódica em  $k$ , com período  $2\pi/a$ . Na direção [100] o limite da zona de Brillouin é  $k_{ZB}=\pi/a$ , onde a energia do magnon é máxima. Enquanto a frequência no centro da zona ( $k=0$ ) está na faixa de micro-ondas ( $\sim 10^{10} \text{ s}^{-1}$ ), seu valor no limite da zona está na faixa do infravermelho distante ( $\sim 10^{13} \text{ s}^{-1}$ ). Isto é devido ao fato de que em  $k=0$  os spins estão em fase e a energia de intercâmbio é a mesma que no estado fundamental. Por outro lado, em  $k_{ZB}$ , spins vizinhos estão em oposição de fase, de modo que o acréscimo na energia de intercâmbio é grande ( $4SJ$ ).

Na região de  $k$  pequeno,  $\gamma_k$  pode ser aproximado por

$$\gamma_k = 1 - \frac{1}{z} a^2 k^2 \quad (87)$$

e a relação de dispersão fica

$$\omega_k = \gamma (H_z + Dk^2) \quad (88)$$

onde  $D=2JSa^2/g\mu_B$ . Esta expressão é igual a (55), obtida no tratamento semi-clássico.

Os auto-estados da parte quadrática do Hamiltoniano (83) são formados pelos auto-estados do operador número de ocupação de magnons  $n_{k\text{op}}=a_k^+a_k$ , que têm as seguintes propriedades:

$$n_{k\text{op}}|n_k\rangle = n_k|n_k\rangle \quad , \quad (89)$$

$$a_k^+|n_k\rangle = \sqrt{n_k+1}|n_k+1\rangle, \quad (90)$$

$$a_k|n_k\rangle = \sqrt{n_k}|n_k-1\rangle \quad . \quad (91)$$

É importante agora fazer uma conexão entre os tratamento semi-clássico e quântico das ondas de spin. Para isto é necessário inicialmente relacionar as componentes transversais do operador de spin com os operadores de magnons,

$$S_{ix} = \frac{1}{2}(S_i^+ + S_i^-) = \left(\frac{S}{2N}\right)^{1/2} \sum_k \left(a_k e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}_i - \omega_k t} + \text{h.c.}\right) \quad (92)$$

$$S_{iy} = \frac{1}{2}(S_i^+ - S_i^-) = -i\left(\frac{S}{2N}\right)^{1/2} \sum_k \left(a_k e^{i\vec{k}\vec{r}_i - \omega_k t} - \text{h.c.}\right) \quad (93)$$

Devido à ortogonalidade dos estados  $|n_k\rangle$  com diferentes  $n_k$ , de (90) e (91) vem  $\langle n_k|a_k|n_k\rangle = \langle n_k|a_k^+|n_k\rangle = 0$ . Então, usando (92) e (93) vê-se que o valor esperado dos operadores  $S_{ix}$  e  $S_{iy}$  nos estados  $|n_k\rangle$  é nulo,

$$\langle n_k | S_{ix} | n_k \rangle = \langle n_k | S_{iy} | n_k \rangle = 0 \quad (94)$$

Este resultado significa que os auto-estados do Hamiltoniano, ou do operador número de ocupação, não correspondem às ondas de spin semi-clássicas, nas quais a magnetização precessiona em torno do campo, como expresso na Eq. (59). Pode-se mostrar<sup>11</sup> que as ondas de spin macroscópicas são formadas por **estados coerentes de magnons**. Os estados coerentes  $|\alpha_k\rangle$  são auto-estados do operador de aniquilação de magnons,

$$a_k |\alpha_k\rangle = \alpha_k |\alpha_k\rangle \quad (95)$$

onde  $\alpha_k$  é um número complexo que caracteriza a amplitude e a fase de onda. Os estados coerentes têm diversas propriedades interessantes. Uma das mais simples e mais importantes é exatamente o valor esperado do operador de spin, que pode ser obtido de (92)-(95),

$$\langle \bar{S}_i \rangle = \bar{z} \langle S_i^z \rangle + (2S/N)^{1/2} \alpha_k (\hat{x} + i \hat{y}) e^{i\bar{k}\cdot\bar{r}_i - i\omega_k t}, \quad (96)$$

que corresponde à visão semi-clássica de onda de spin.

O formalismo de segunda quantização pode ser aplicado a outros sistemas magnéticos mais complexos e à excitações mistas. A idéia básica é a mesma utilizada para sistemas FM, que consiste em transformar as componentes transversais de  $S$ , ou de outros operadores relevantes, em operadores de bosons. As complicações matemáticas surgem da existência de mais de uma sub-rede de spin com diferentes direções de equilíbrio. No caso de sistemas AF com duas sub-redes, isto resulta em ondas de spin com dois ramos na relação de dispersão, tendo formato semelhante ao da Figura 14, partindo em  $k=0$  com os valores de  $\omega_0$  dados pela Equação (47).

A interação dos spins com a rede cristalográfica, que dá origem à anisotropia cristalina, também faz com que as excitações de spin interajam com as vibrações da rede, cujos quanta são os fônons. O formalismo de segunda quantização é muito conveniente para o estudo das excitações mistas que resultam dessa interação. Após a quantização das excitações do sistema de spins e das vibrações da rede, obtém-se um Hamiltoniano da forma

$$H = \sum_k \hbar \omega_m(k) a_k^\dagger a_k + \hbar \omega_f(k) b_k^\dagger b_k + i \hbar \frac{\sigma_k}{2} (a_k^\dagger b_k - b_k^\dagger a_k) \quad (97)$$

sendo  $b_k, b_k^\dagger$  e  $\omega_f(k)$  os operadores e a frequência dos fônons, e  $\sigma_k$  o coeficiente de interação magnon-fônon. Devido à presença do terceiro termo em (97), nem os magnons puros, representados pelo primeiro termo, nem os fônons, são auto-estados do Hamiltoniano. Para diagonalizar o Hamiltoniano é necessário introduzir novos operadores,  $A_k$  e  $B_k$ , através de transformações canônicas dos operadores de magnons e fônons,

<sup>11</sup> S.M.Rezende e N.Zagury, Physics Letters **29A**, 47 (1969); Physical Review **B4**, 201 (1971).

$$\begin{aligned} a_k &= u_k A_k + v_k B_k \\ b_k &= v_k A_k + u_k B_k \end{aligned} \quad (98)$$

Substituindo (98) em (97) e impondo a forma

$$H = \sum_k \hbar \omega_A A_k^+ A_k + \hbar \omega_B B_k^+ B_k \quad (99)$$

obtemos as frequências das excitações do sistema,

$$\omega_A = \frac{\omega_m + \omega_f}{2} + \omega_b, \quad \omega_B = \frac{\omega_m + \omega_f}{2} - \omega_b \quad (100)$$

sendo

$$\omega_b = \frac{1}{2} [(\omega_p - \omega_m)^2 + \sigma_k^2]^{1/2} \quad (101)$$

Os auto-estados de (99) são combinações lineares de estados de magnons e estados de fônons, característicos de excitações mistas. A relação de dispersão é formada por dois ramos, um  $\omega_A$  e outro para  $\omega_B$ , como mostrado na Figura 15.

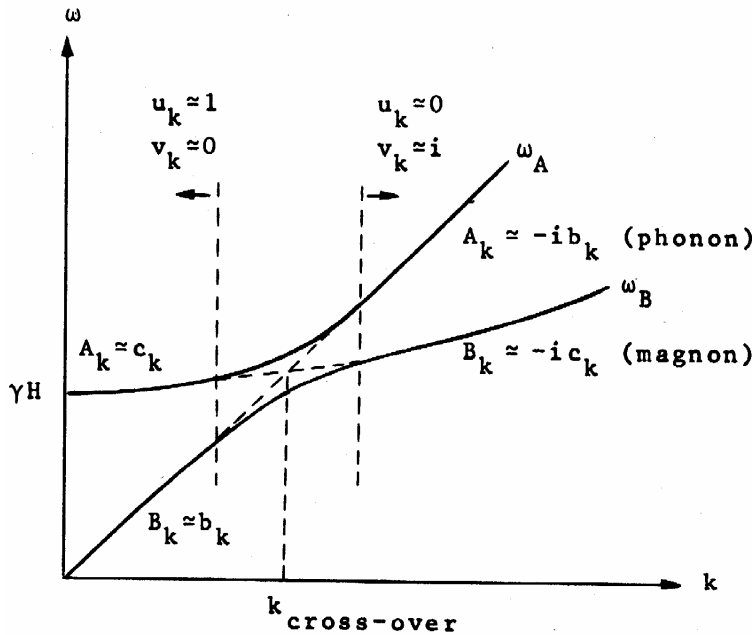


Figura 15.:Relação de dispersão de ondas magnetoelásticas.

Longe da região de cruzamento das curvas de  $\omega_m(k)$  e  $\omega_f(k)$ , as frequências são muito próximas das frequências dos magnons e dos fônons puros. Nesta situação, a excitação de spins não provoca vibração na rede, nem as vibrações da rede são transmitidas aos spins. Porém, na região de  $k$  onde  $\omega_m(k) \sim \omega_f(k)$ , as excitações são fortemente acopladas, sendo

chamadas **ondas magnetoelásticas**. O fato de haver repulsão, e não cruzamento, das curvas de dispersão dos modos normais, tem uma consequência interessante. Se a frequência, ou um vetor de onda, do modo normal variar através da região de cruzamento, um magnon pode ser transformado num fônon, ou vice-versa. Na próxima seção mostramos experiências dessa natureza.

Para encerrar esta seção é importante mencionar que os estados que estamos estudando são auto-estados apenas da parte quadrática de (83), e não do Hamiltoniano completo. Então, eles não são estados perfeitamente estacionários, ou seja, não têm vida-média infinita. Como os termos em (83) envolvendo três ou mais magnons são muito menores que o termo quadrático, eles podem ser tratados por teoria de perturbação. Para isso considera-se que os processos de espalhamento de magnons fazem um sistema passar de um estado  $|n_k\rangle$  para outros estados  $|n_{k'}\rangle$ , resultando numa relaxação que pode ser expressa pela equação de taxa,

$$\frac{dn_k}{dt} = -\Gamma_k (n_k - \bar{n}_k) \quad (102)$$

Esta equação implica que um sistema com  $n_k$  magnons excitados por um processo dinâmico, decai exponencialmente para o número de equilíbrio térmico  $\bar{n}_k$  com uma taxa de relaxação  $\Gamma_k$ , cujo valor pode ser calculado com teoria de perturbação. Por exemplo, para o processo de três magnons representado pelo segundo termo em (83), o cálculo fornece,

$$\Gamma_k = \frac{2\pi}{\hbar^2} \left( e^{\hbar\omega_k / K_B T} - 1 \right) \sum_{k'} |V_{kk'} + V_{k'k}|^2 e^{\hbar\omega_{k'} / K_B T} \bar{n}_{k'} \bar{n}_{k+k'} \delta(\omega_k + \omega_{k'} - \omega_{k+k'}) \quad (103)$$

Este método permite o cálculo da taxa de relaxação de magnons com grande precisão<sup>12</sup>, desde que os mecanismos microscópicos de espalhamento sejam identificados.

## 6. Técnicas Experimentais de Investigação de Ondas de Spin

A primeira previsão da existência de ondas de spin foi feita por Felix Bloch em 1930. Bloch mostrou<sup>13</sup> que os estados de **desvios coletivos de spin** eram as excitações de menor energia num sistema ferromagnético, tendo efeito direto nas propriedades termodinâmicas. Em particular, ele previu que as ondas de spin seriam responsáveis por uma variação da magnetização com a temperatura na forma  $T^{3/2}$  em  $T \ll T_C$ . Durante muitos anos procurou-se verificar a existência de ondas de spin através de medidas de  $M(T)$ , mas os resultados não eram conclusivos. Após a observação da ressonância ferromagnética por Griffiths em 1946, houve um grande interesse no estudo de materiais ferro- e ferrimagnéticos com técnicas de micro-ondas. Uma atenção especial passou a ser dada aos ferrites, que sendo materiais ferrimagnéticos isolantes

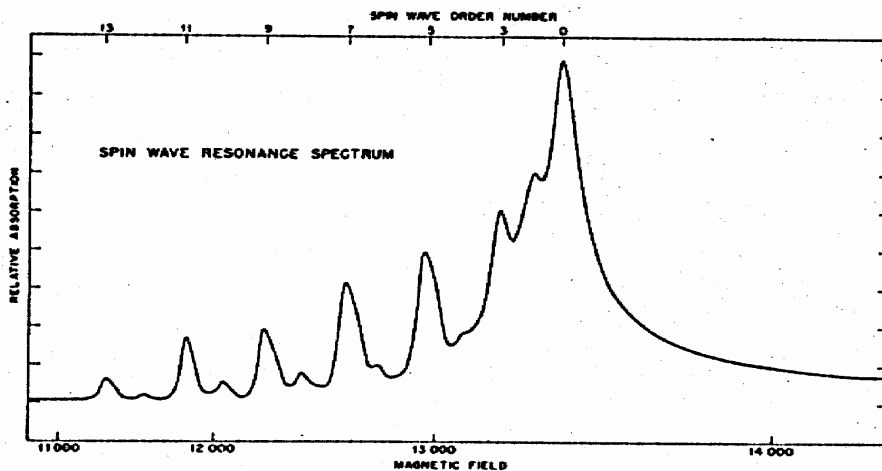
<sup>12</sup> S.M. Rezende e R.M.White, Physical Review B **14**, 2939 (1976).

<sup>13</sup> F. Bloch, Z. Physik **61**, 206 (1930); **74**, 295 (1932).

apresentam pequena absorção à radiação de micro-ondas. Em 1957 Suhl formulou<sup>14</sup> uma teoria que explicava os efeitos não-lineares observados por FMR em ferrites, baseada na excitação paramétrica de ondas de spin. A partir de então passou a haver uma busca pela observação direta da existência de ondas de spin. Desde então diversas técnicas passaram a ser utilizadas para a investigação dessas ondas. Nesta seção apresentamos apenas as mais importantes, ilustrando sua aplicação a sistemas específicos. Naturalmente, aproveitamos esta oportunidade para divulgar alguns resultados obtidos no Departamento de Física da UFPE.

### 6.a. Excitação por micro-ondas

A idéia básica da excitação do sistema de spins por um campo de micro-ondas foi apresentada nas seções 1 e 2. O campo de rf aplicado perpendicularmente ao campo dc, faz os spins precessionarem, havendo máxima excitação quando a frequência do campo é igual a dos modos normais do sistema. A excitação de um determinado modo também requer conservação de momentum, ou seja, o vetor de onda da excitação deve aproximadamente igual ao do campo no interior da amostra. Como o campo de micro-ondas tem comprimento de ordem de alguns centímetros, o vetor de onda da radiação é  $k \sim 1 \text{ cm}^{-1}$ . Portanto, na escala das relações de dispersão das Figuras 10 e 14,  $k \sim 0$ , que corresponde ao modo uniforme. Porém, em filmes com espessura da ordem de  $10^3 \text{ \AA}$ , a variação do campo no seu interior corresponde a  $k \sim 10^5 \text{ cm}^{-1}$ . Excitações de spin com  $k$  desta ordem têm energia de intercâmbio comparável com a Zeeman, e portanto comportamento de onda de spin. Foi com experiências de FMR que Seavey e Tannenwald<sup>15</sup> fizeram a primeira observação direta da ressonância de ondas de spin em filmes de permalloy ( $\text{Ni}_{0,81}\text{Fe}_{0,19}$ ). O espectro da Figura 16 mostra a absorção devida a vários modos de ondas estacionárias formadas entre as duas superfícies do filme<sup>15</sup>.



**FIG. 1. Experimental observation of spin wave resonances in a 5600 Å film of permalloy.**

Figura 16: Espectro de ondas de spin em filme de permalloy com espessura 5600 Å em 8,89 GHz.<sup>15</sup>

<sup>14</sup> H. Suhl, Journal of Physics and Chemistry of Solids **1**, 209 (1957).

<sup>15</sup> M.H. Seavey, Jr, e P.E. Tannenwald, Physical Review Letters **1**, 168 (1958).

Os metais apresentam altas taxas de relaxação de magnons ( $\Delta H \sim 100 - 1000$  Oe) por conta das correntes induzidas pela variação da magnetização. Por isso eles não são adequados para observação direta da propagação de ondas de spin. Após a descoberta no final dos anos 50 de que monocristais de YIG tinham taxas de relaxação muito pequenas, com  $\Delta H \sim 1$  Oe, este material passou a ser muito utilizado em experiências com ondas de spin propagantes. A Figura 17 mostra resultados pioneiros de Eshbach<sup>16</sup> demonstrando a propagação de pacotes de ondas de spin em discos de YIG, excitados por pulsos de micro-ondas com frequência 9,4 GHz. O ponto chave dessa experiência é a variação do campo magnético de no interior do disco, mostrada na Fig. 17 (b), devido ao efeito de desmagnetização na região das bordas do disco. Uma excitação com frequência constante propagando num campo que varia no espaço tem vetor de onda que também varia no espaço. Como mostra a Eq. (53), ela se comporta como uma partícula num potencial que varia no espaço. Assim, o pacote de magnons é excitado na região da amostra onde o campo  $H_z$  corresponde a  $k = 0$ , pois este é o vetor de onda que acopla com o campo quase-uniforme de rf. O pacote assim excitado “acelera e desce” para o centro do disco e depois, analogamente a uma partícula, sobe a ladeira no outro lado. Ao chegar no ponto onde  $k \cong 0$ , o pacote irradia um pulso de micro-ondas, que é detetado pelo receptor. Em seguida ele desce a ladeira de novo e ao chegar ao ponto onde foi lançado, irradia outro pulso. Esta é a origem dos diversos ecos observados no osciloscópio. Note que o tempo de retorno aumenta com o aumento do campo, porque o ponto de lançamento (no qual  $k = 0$ ) se aproxima do centro do disco.

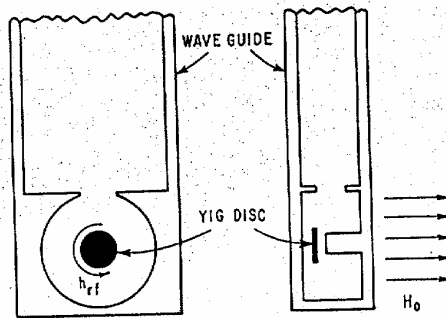


FIG. 1. Microwave cavity showing position of YIG disk and dc and rf magnetic field orientations.

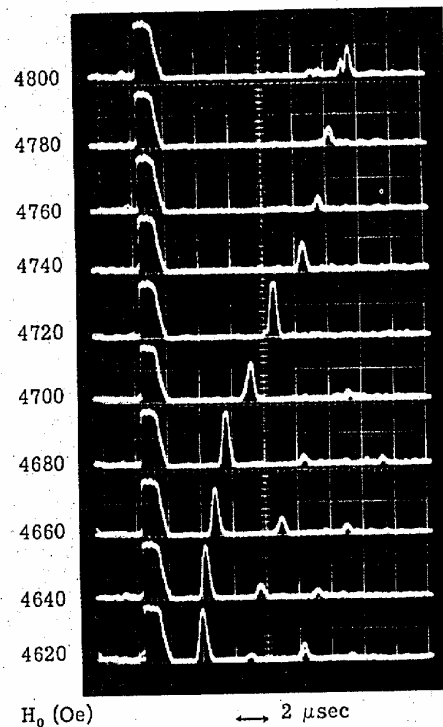
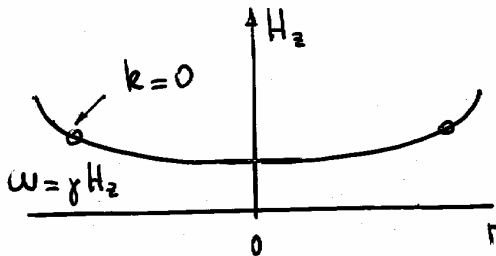


FIG. 2. Oscilloscope traces ( $2 \mu\text{sec/div}$ ) showing 9420-Mc/sec magnetoelastic wave echoes at various applied dc magnetic field values.

Figura 17: Ilustração do esquema e resultados de pacotes de ondas de spin em disco de YIG utilizado por Eshbach.<sup>16</sup>

<sup>16</sup> J.R. Eshbach, Physical Review Letters 8, 357 (1962).



Outro fenômeno inusitado observado com pacotes de ondas de spin é seu comportamento em campos magnéticos que variam no tempo. Como a frequência da onda é proporcional ao campo no interior da amostra, se o valor do campo varia adiabaticamente no tempo durante a propagação do pacote, sua frequência deve variar acompanhando o campo. No caso do campo ser uniforme no trajeto do pacote, seu vetor de onda deve permanecer constante devido a conservação de momentum. Este fenômeno foi estudado teoricamente e observado em experiências<sup>17</sup> feitas em cilindros de YIG com pulsos de micro-ondas com frequência na faixa de 1-2 GHz. Além de sofrer uma alteração de frequência, o pacote de magnons lançado por um pulso de micro-ondas numa antena pode ser convertido num pacote de fônons, como ilustrado na Figura 18. Para isto faz-se o campo magnético variar no tempo na forma de degrau, tendo um valor  $H_1$  num instante  $t_1$  e outro valor menor,  $H_2$ , em  $t_2$ . Ajustando-se os valores dos campos para que o vetor de onda  $k_l$  passe do ramo de magnon para o de fônons, como mostrado na Fig. 18, o pacote lançado como magnon pelo campo de rf da antena, é convertido em fônons e detetado por um transdutor de CdS na outra extremidade da amostra.<sup>17</sup>

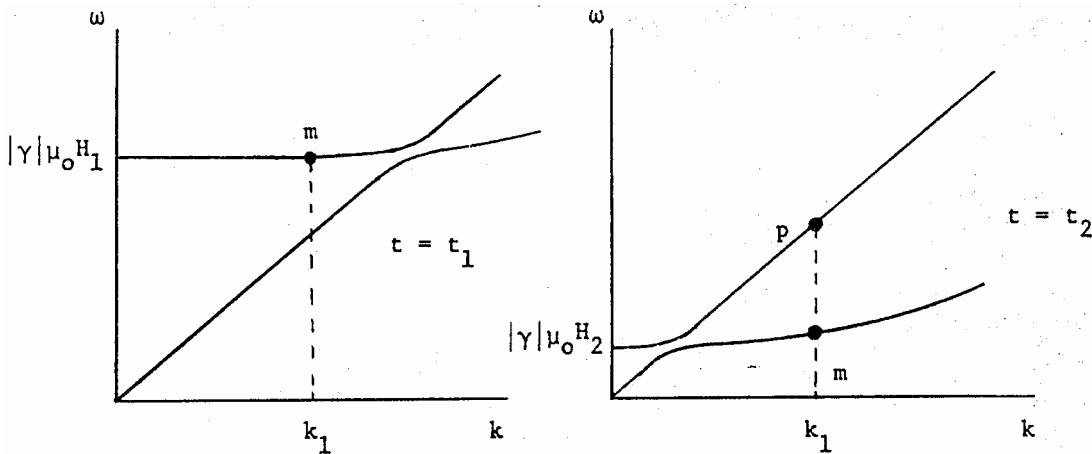


Figure 1. Magnon-phonon conversion in a time magnetic field gradient

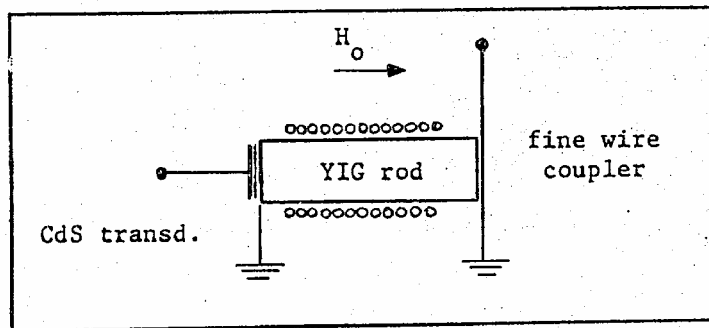


Figura 18: Esquema experimental e ilustração do processo de conversão de magnons em fônons por meio de campo magnético variável no tempo.<sup>17</sup>

<sup>17</sup> S.M. Rezende and F.R. Morgenthaler, Journal of Applied Physics 40, 537 (1969).

Nos anos recentes passou a haver grande interesse em fenômenos de propagação de pulsos de micro-ondas com duração de alguns nanossegundos em filmes de YIG. Na região magnetostática estes pulsos são governados por uma equação não-linear de Schroedinger, adquirindo propriedades de sólitons<sup>18</sup>.

## 6.b. Espalhamento Inelástico de Neutrons

Esta é uma das técnicas mais importantes para a investigação de características básicas de magnons. Ela permite medir as relações de dispersão, não apenas de magnons, mas de qualquer outra excitação, em toda a zona Brillouin. A técnica consiste em fazer um feixe monocromático de neutrons, proveniente de um reator, incidir sobre a amostra, e medir a energia do feixe espalhado inelasticamente numa direção escolhida. Para variar a direção do feixe espalhado em relação ao feixe incidente, utiliza-se um espectrômetro três eixos desenvolvido por Brockhouse, ilustrado na Figura 19. A interação de neutrons com excitações em sólidos obedece às regras de conservação de momentum e de energia

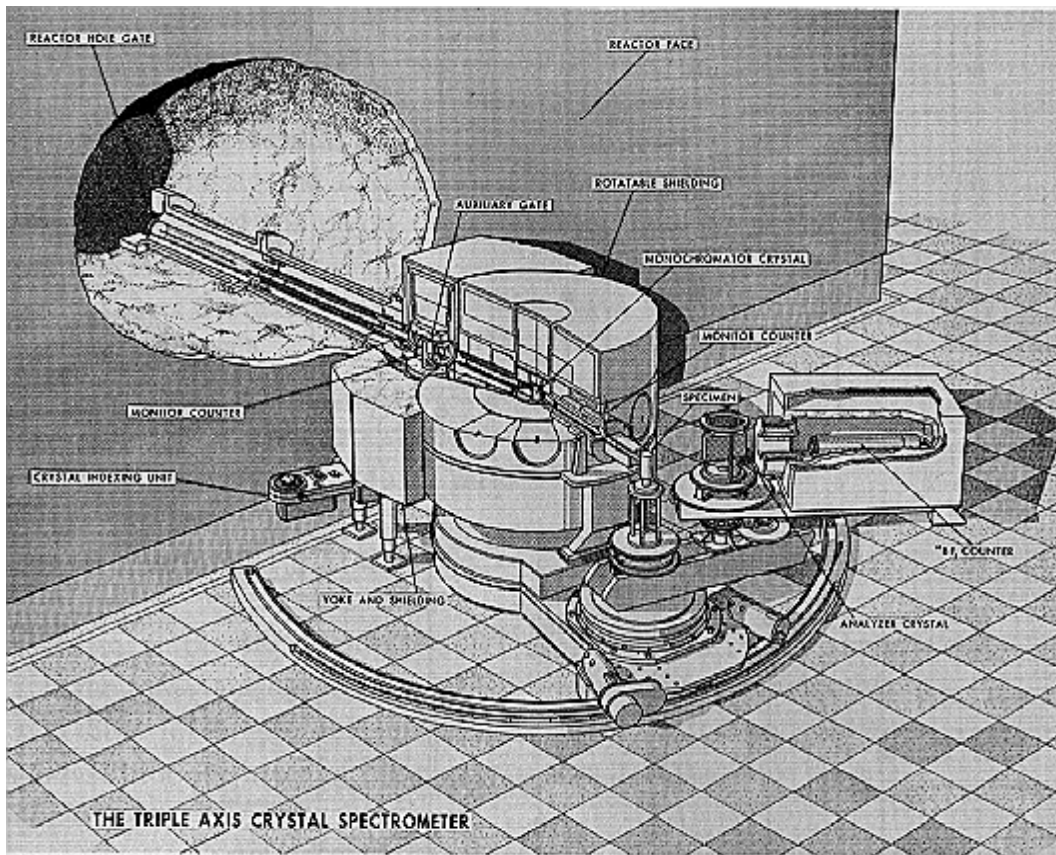


Figura 19: Ilustração do espectrômetro de neutrons de três eixos, do Chalk River Nuclear Laboratories, no Canadá.

<sup>18</sup> M.Bauer, O. Buttner, S.O. Remokritov, B.Hillebrands, Y.Grinalsky, Yu Rapoport, and A.N.Slavin, Physical Review Letters **81**, 3769 (1998).

$$\vec{p}_i = \vec{p}_s + \hbar \vec{G} \pm \hbar \vec{k} \quad (104)$$

$$E_i = E_s \pm \hbar \omega_k \quad (105)$$

onde  $\vec{G}$  é um vetor da rede recíproca,  $E_i$  a energia e  $\vec{p}_i$  o momentum do feixe de neutrons incidente ( $E = p^2/2m$ ), sendo  $E_s$  e  $\vec{p}_s$  a energia e o momentum dos neutrons espalhados. A medida da variação de energia e de momentum dos neutrons, dá informação direta sobre a frequência  $\omega_k$  da excitação criada ou destruída, em função de  $k$ . A Figura 20 mostra a medida da relação de dispersão de magnons a campo nulo em dois antiferromagnetos,  $\text{MnF}_2$  em três temperaturas diferentes<sup>19</sup>, e  $\text{FeF}_2$ <sup>20</sup>. No caso de  $\text{FeF}_2$  também aparecem as relações de dispersão de fônons e a repulsão das curvas devido à interação magnetoelástica. Note que em  $k = 0$  a frequência de magnon em  $\text{MnF}_2$  é  $\sim 240 \text{ GHz}$  ( $8 \text{ cm}^{-1}$ ), enquanto que em  $\text{FeF}_2$  é  $1,5 \text{ THz}$  ( $52 \text{ cm}^{-1}$ ). A grande diferença entre elas decorre do efeito do campo de anisotropia, que é muito maior em  $\text{FeF}_2$  ( $H_A \sim 200 \text{ kOe}$ ) do que em  $\text{MnF}_2$  ( $H_A \sim 10 \text{ kOe}$ ) (veja Eq. ( 47 )).

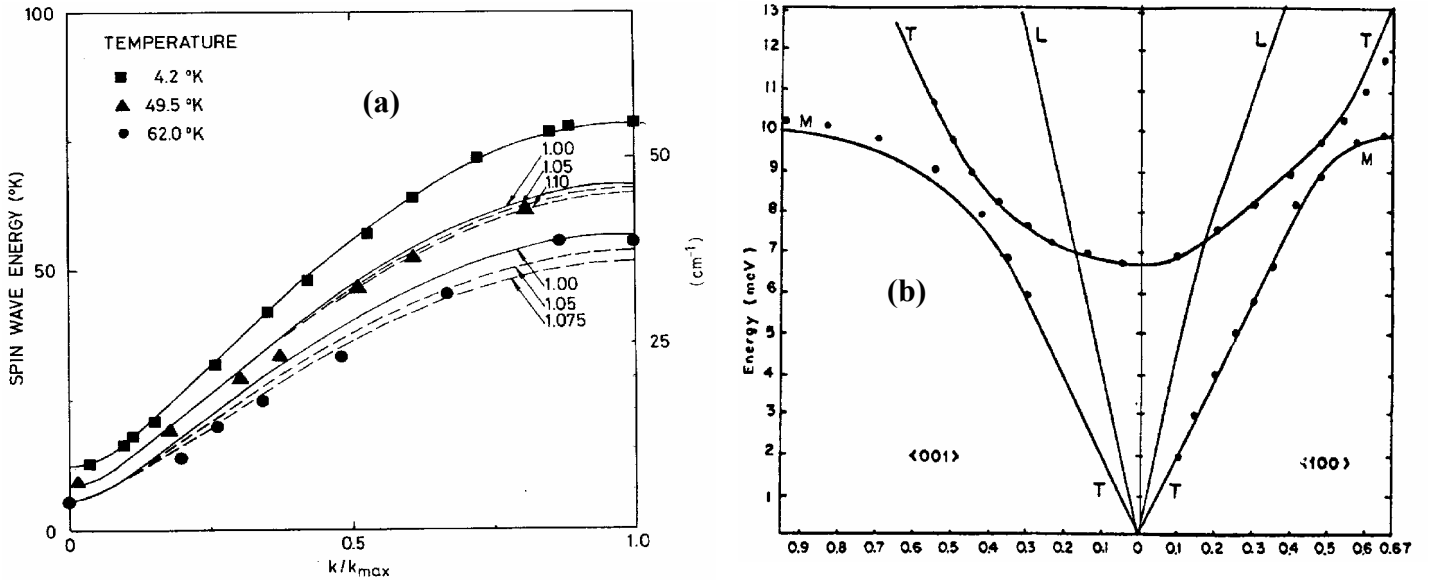


Figura 20: Relações de dispersão em antiferromagnetos medidas por espalhamento inelástico de neutrons: (a) magnons em  $\text{MnF}_2$  em várias temperaturas e ajustes teóricos<sup>19</sup>; (b) magnons e fônons em  $\text{FeF}_2$ <sup>20</sup>.

<sup>19</sup> K.C. Turberfield, A. Okazaki and R.W.H.Stevenson, Proceedings of the Physical Society, London, **85**, 743 (1965).

<sup>20</sup> B.D. Rrainford, J.G. Haoumann, and H.J. Guggenheim, Proceedings of the Symposium on Inelastic Neutron Scattering in Solid and Liquids (IAEA, Vienna, 1972) p.655.

## 6.c. Espalhamento Inelástico de Luz

Quando um feixe de luz incide sobre a matéria (em qualquer estado), parte dela é refletida na superfície, parte é difundida pelas irregularidades da superfície, outra parte é espalhada pelas irregularidades e flutuações estáticas do interior e uma parcela muito pequena é espalhada pelas excitações dinâmicas do sistema e com **freqüência diferente** da incidente. O espalhamento elástico de luz, isto é, com a mesma freqüência, é o espalhamento Rayleigh. O inelástico, isto é, com freqüência diferente, é chamado Raman ou Brillouin. O espalhamento Raman foi inicialmente observado em vibrações moleculares. O espalhamento Brillouin foi inicialmente previsto para ondas acústicas e foi batizado com um nome diferente. Na realidade, os dois tipos de espalhamento representam o mesmo fenômeno físico, que ocorre com qualquer excitação dinâmica da matéria, como fônons, magnons, plasmons, excitons, polaritons, transições moleculares, etc. Por uma questão de tradição costuma-se chamar de espalhamento Raman aquele produzido por excitações com energia na faixa de 10 a 1000  $\text{cm}^{-1}$ , que é investigado através de espectrômetros de rede de difração. Por outro lado, costuma-se chamar de espalhamento Brillouin aquele produzido por excitações de freqüência menor que 10  $\text{cm}^{-1}$ , que é investigado usando um interferômetro Fabry-Perot. Embora o fenômeno de espalhamento Raman tenha sido descoberto em 1922 e tenha se tornado uma técnica importante para a medida de freqüências de vibrações moleculares em compostos químicos, só com a descoberta do laser em 1952 ele passou a ser importante para o estudo de excitações em sólidos. Uma montagem para observação de espalhamento de luz consta basicamente de uma fonte de luz de laser (freqüência  $\omega_L$ ), um sistema para acondicionar o meio espalhador, e um sistema para analisar as freqüências da luz espalhada, além, naturalmente de componentes ópticos, detetores e equipamentos eletrônicos periféricos.

O físico brasileiro Sergio Porto foi quem primeiro utilizou lasers em experiências de espalhamento Raman, pouco depois de sua descoberta. Foi ele também o idealizador do espectrômetro duplo de rede, que se tornou o instrumento básico para analisar a luz emitida em espalhamento Raman. Enquanto esteve nos laboratórios Bell da ATT, Porto observou pioneiramente a luz espalhada por diversas excitações em sólidos. As equações que governam o espalhamento inelástico de luz são as mesmas do espalhamento de neutrons, isto é, conservação de momentum e de energia. Usando as relações  $E = \hbar \omega$ ,  $\vec{p} = \hbar \vec{k}$  válidas para fótons, em (104) e (105), vem

$$\vec{k}_L = \vec{k}_s \pm \vec{k} \quad (106)$$

$$\omega_L = \omega_s \pm \omega \quad (107)$$

onde  $\vec{k}_L$  e  $\vec{k}_s$  são os vetores de onda dos fótons do laser incidente e dos fótons espalhados,  $\omega_L$  e  $\omega_s$  são as freqüências correspondentes, e  $\omega_k$  e  $\vec{k}$  se referem às excitações criadas (Stokes) ou destruídas (Anti-Stokes) no processo.

A primeira observação de espalhamento Raman por magnons foi feita por Porto e colaboradores<sup>21</sup> no antiferromagneto  $\text{FeF}_2$ . Os espectros em várias temperaturas estão mostrados na Figura 21. O pico sem deslocamento de freqüência é devido ao espalhamento Rayleigh. Os

---

<sup>21</sup> P.A. Fleury, S.P.S. Porto, L.E. Cheesman, and H.J. Guggenheim, *Physical Review Letters* **17**, 84 (1996).

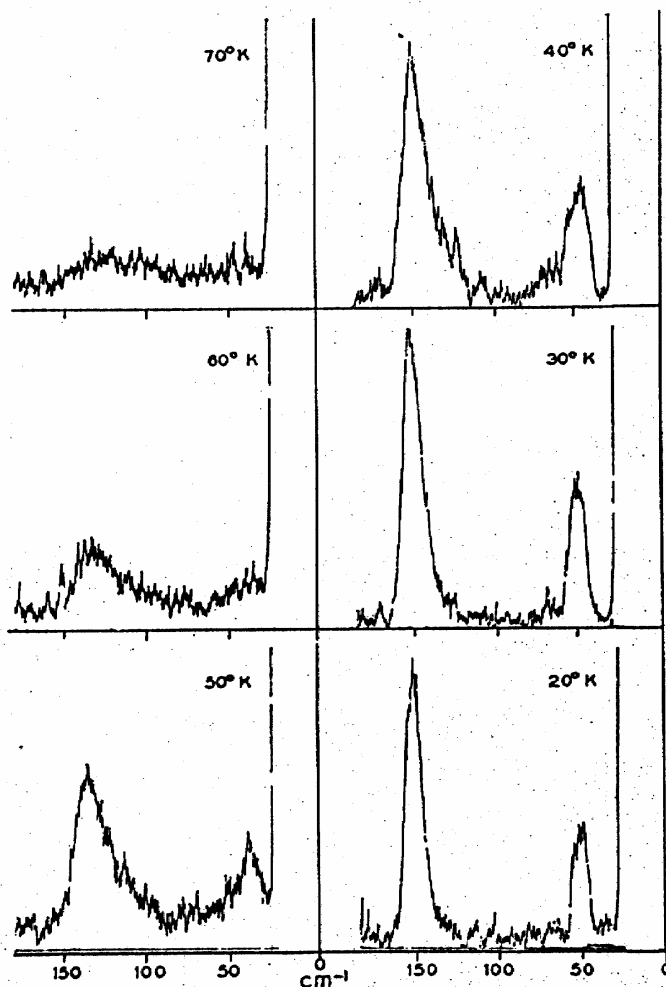


FIG. 1. Recorder traces showing frequency shifts of Stokes scattered light in the (zy) experimental geometry for various temperatures in  $\text{FeF}_2$ . The lines at  $\sim 52$  and  $\sim 154 \text{ cm}^{-1}$  are due to photons scattered by one and two magnons, respectively.

Figura 21: Picos de espalhamento Raman por magnons em  $\text{FeF}_2$  em diversas temperaturas<sup>21</sup>.

picos deslocados em frequência correspondem ao espalhamento Stokes de 1 e de 2 magnons. O pico de 1 magnon ( $52 \text{ cm}^{-1}$  em  $T=20 \text{ K}$ ) é devido ao modo uniforme, pois para luz visível  $k \cong 10^5 \text{ cm}^{-1}$ , valor desprezível na escala  $k$  da relação de dispersão que vai até  $10^8 \text{ cm}^{-1}$ . O pico de dois magnons ( $150 \text{ cm}^{-1}$ ) corresponde ao espalhamento por um par de magnons com vetores de onda  $\vec{k}_{ZB}$  e  $-\vec{k}_{ZB}$ , cuja soma  $k \cong 0$  satisfaz a conservação de momentum. Ambos os picos diminuem de intensidade e frequência e alargam à medida que  $T$  aumenta e se aproxima da temperatura de transição ( $T_N = 72 \text{ K}$  em  $\text{FeF}_2$ ). A técnica de espalhamento Raman é adequada para materiais AF mas não para materiais FM, cujos magnons no centro da zona Brillouin têm frequência da ordem de  $10 \text{ GHz}$ . Para analisar deslocamentos de frequência nesta faixa é preciso usar um

interferômetro Fabry-Perot, característico da técnica de espalhamento Brillouin de luz, BLS (iniciais de Brillouin Light Scattering). Esta técnica só ganhou impulso a partir dos anos 70 com a introdução do esquema de múltiplas passagens descoberto por Sandercock. Atualmente ela é utilizada principalmente para medir propriedades elásticas de materiais, através de fônons acústicos, e propriedades magnéticas, através de magnons.

A Figura 22 mostra resultados obtidos<sup>7,8</sup> numa tricamada (100) Fe(40 Å)/Cr(15 Å)/Fe(40 Å), da mesma série de amostras mencionada na seção 3. A diferença dessa amostra para a anterior está na maior espessura do espaçador de Cr, que resulta em menor valor da constante de intercâmbio bilinear  $J_1$ , e maior valor de interação biquadrática  $J_2$ . Tendo razão  $J_2/J_1$  maior, esta amostra apresenta uma marcante fase de  $90^\circ$  no alinhamento das magnetizações dos dois filmes na faixa de campo  $0,1 < H_0 < 0,225$  kOe. Para  $H < 0,1$  kOe a fase é AF e para  $H_0 > 0,225$  kOe a fase é PM, sendo as duas transições bruscas, características de transição de fase de primeira ordem. Em cada fase há dois modos de magnons com  $k \cong 0$ , um acústico e outro óptico. É interessante notar que em  $H_0 = 0,225$  kOe o sistema tem uma fase mista, com regiões de fase  $90^\circ$  e regiões de fase PM, de modo que quatro picos são observados<sup>7,8</sup>

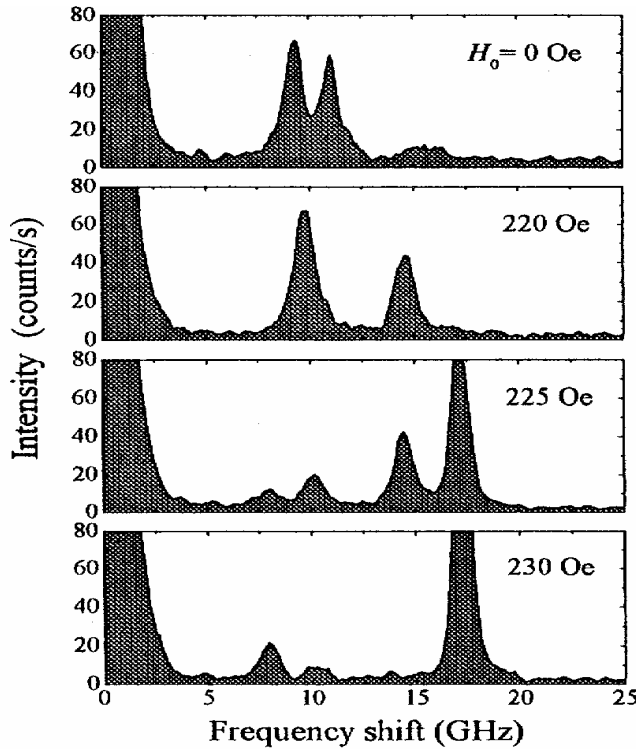


FIG. 14. Measured BLS spectra in (100) Fe(40 Å)/Cr(15 Å)/Fe(40 Å) for four different values of the applied field, corresponding to different regions of the magnetization curve shown in Fig. 13. (a) AF phase at  $H_0=0$ ; (b) near  $90^\circ$  phase at 0.220 kOe; (c) mixed-domain state at 0.225 kOe; (d) saturated phase at 0.230 kOe.

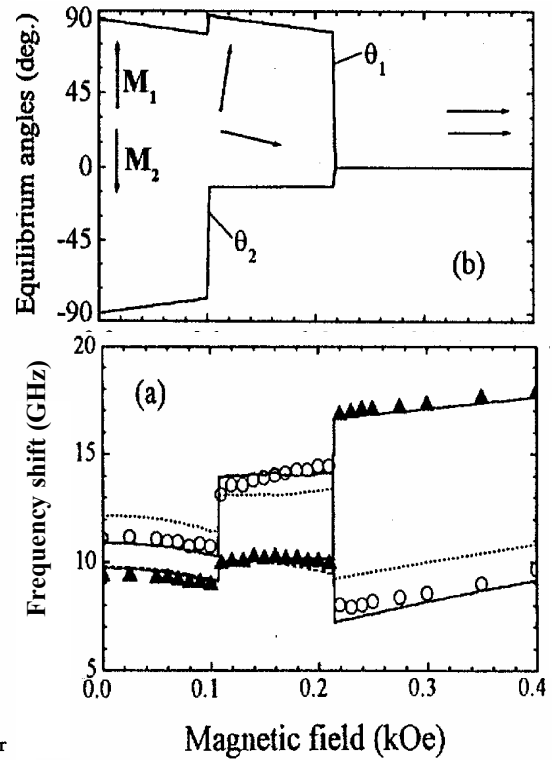


FIG. 15. Magnon frequencies for  $q=1.22 \times 10^3 \text{ cm}^{-1}$  vs external field  $H_0$ , applied along an easy magnetization axis in (100) Fe(40 Å)/Cr(15 Å)/Fe(40 Å). Symbols are BLS data: solid triangles for the acoustic mode and open circles for the optic mode. Solid lines are results of calculations with Eq. (52) with the same parameters as in Fig. 13. The dotted lines in (a) were obtained with  $H_{ex2}=0$ .

Figura 22: Espectros de BLS, medidas de  $\omega \times H_0$ , e ângulos das magnetizações (calculados) em (100) Fe(40 Å)/Cr(15 Å)/Fe(40 Å).<sup>7,8</sup>

É possível também combinar as técnicas de excitação por micro-ondas e de espalhamento Brillouin para obter informação espacial sobre ondas de spin. A Figura 23 mostra o arranjo experimental combinando FMR e BLS para estudar modos magnetostáticos em filme de YIG. A amostra na cavidade de micro-ondas é excitada por um campo rf de 9,4 GHz, perpendicular ao campo  $H_0$ . Dependendo do valor de  $H_0$  o sistema entra em ressonância com o modo uniforme (101) ou algum modo magnetostático formado por ondas estacionárias. O sistema cavidade-amostra está montado num translador y-z que permite variar sua posição em relação ao feixe de laser, e portanto varrer toda a amostra. Com isso é possível medir a amplitude da luz espalhada pelo modo bombeado pela micro-onda em cada posição, que sendo proporcional à amplitude de precessão dos momentos, permite medir os perfis espaciais de cada modo, como indicado na Figura 23.<sup>22</sup>

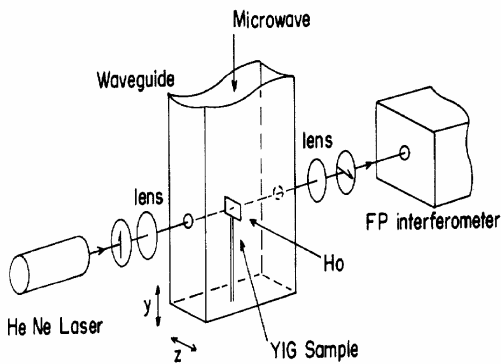


Fig. 1. Experimental arrangement showing the YIG sample in the microwave waveguide and the Brillouin scattering setup used for the optical detection of the rf component of the magnetization in the x direction.

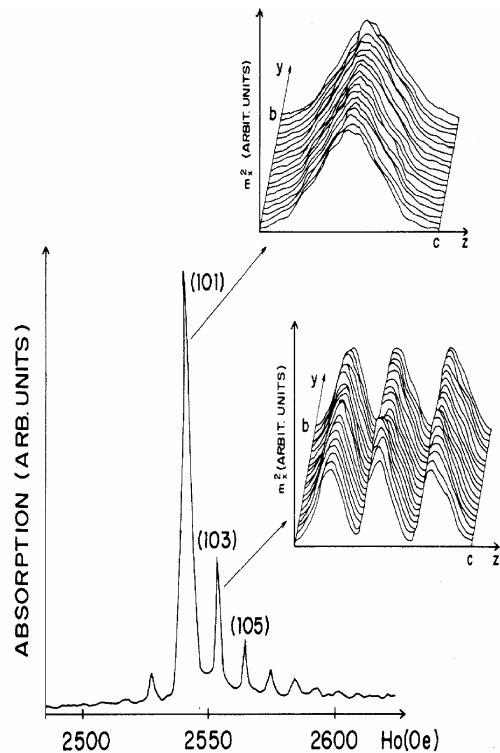


Fig. 2. Microwave absorption spectrum in a thin YIG slab at 9.4 GHz. Insets show the spatial variations of the rf magnetization squared for modes (101) and (103) measured with Brillouin scattering.

Figura 23: Esquema experimental e resultados de técnicas combinadas, FMR e BLS, para verificar a distribuição espacial de modos magnetostáticos em YIG<sup>22</sup>.

<sup>22</sup> A. Azevedo and S.M. Rezende, Physical Review **B44**, 7062 (1991); Journal of Magnetism and Magnetic Materials **104-107**, 1039 (1992).

## 6.d. Dinâmica Não-linear e Caos em sistemas de Magnons

Para concluir estas notas, apresentamos brevemente uma classe de experiências que despertou muita atenção nos anos 80 e início dos anos 90. Trata-se da dinâmica não-linear de magnons bombeados parametricamente por micro-ondas. Praticamente o único material utilizado nessa experiência é YIG, por conta de sua baixa relaxação magnética. A idéia básica da experiência consiste em excitar modos de ondas de spin com amplitude suficientemente grande para que a interação entre elas produza efeitos característicos de dinâmica não-linear.

O bombeamento paramétrico dos magnons através de um campo de micro-ondas de frequência  $\omega_p$  pode ser feito por três processos, ilustrados na Figura 24. Em (a), o campo de rf é aplicado paralelamente ao campo  $H_0$ . Devido ao fato da precessão dos momentos em torno de  $H_0$  ser elíptica numa onda de spin propagando em direção arbitrária, a componente  $M_z$  numa onda de frequência  $\omega_k$  varia com frequência  $2\omega_k$ . Isto permite ao campo rf com frequência  $\omega_p$  gerar

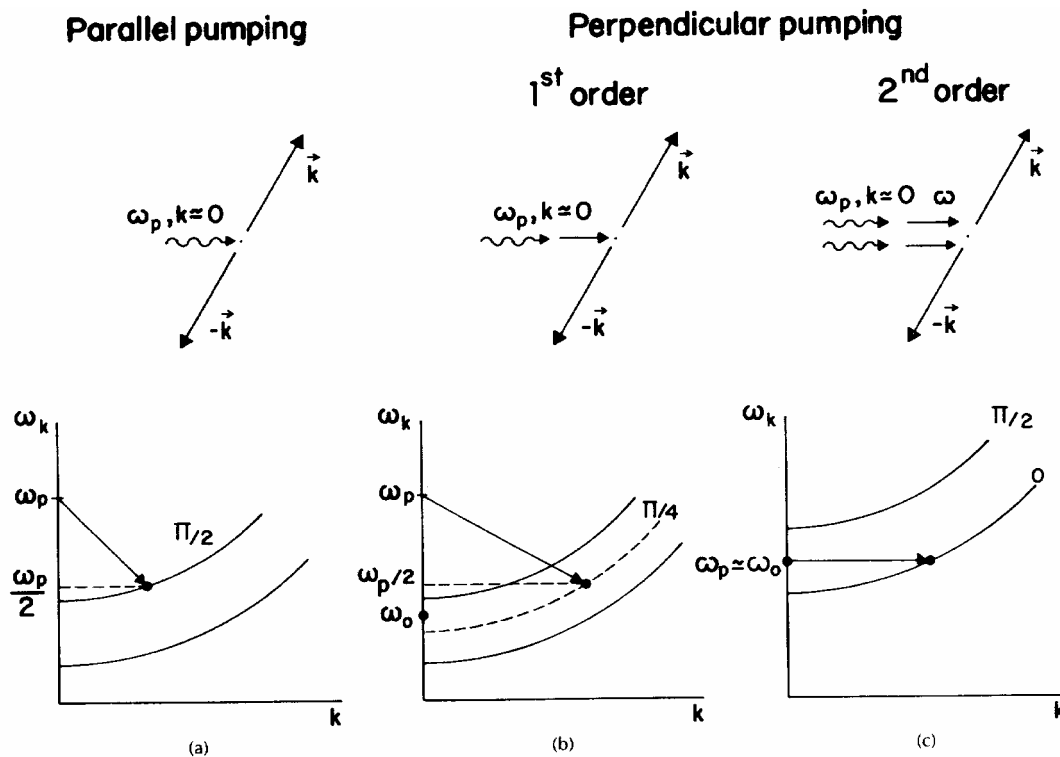


Fig. 2. Illustration of spin-wave pumping processes. (a) Parallel pumping. (b) Perpendicular pumping, subsidiary resonance (first order Suhl processes). (c) Perpendicular pumping, premature saturation of the main resonance (second order Suhl process).

Figura 24: Ilustração de processos de bombeamento de ondas de spin com radiação de micro-ondas: (a) bombeamento paralelo; (b) ressonância subsidiária, ou processo Suhl de 1ª ordem; (c) saturação prematura da ressonância, ou processo de Suhl de 2ª ordem.<sup>23</sup>

<sup>23</sup> S. M. Rezende and F. M. de Aguiar, Proceedings of IEEE 78, 893 (1990).



ondas com frequência  $\omega_k \cong 2\omega_p/2$ . Para conservar energia e momentum, os fótons de micro-ondas geram pares de magnons com vetores de onda  $\vec{k}$  e  $-\vec{k}$ , determinados pela posição da relação de dispersão, como ilustrado na Figura 24(a). Sendo o processo do tipo paramétrico, a excitação só ocorre quando a amplitude  $h$  do campo rf está acima de um valor crítico  $h_c$ , proporcional à taxa de relaxação dos magnons. Como o modo que propaga perpendicularmente a  $\vec{H}_0$  é o que tem maior elipticidade, ele tem menor campo crítico e é o primeiro a ser excitado. O processo de bombeamento paralelo foi proposto teoricamente por Morgenthaler<sup>24</sup> e Schloemann<sup>25</sup> no início dos anos 60 e observado experimentalmente logo a seguir<sup>25</sup>. Os outros dois processos utilizam um campo de rf perpendicular a  $\vec{H}_0$  e são baseados nas interações entre magnons representadas pelos termos de ordem superior da Equação (83). No processo ilustrado em (b), um fóton gera um magnon do modo uniforme fora da ressonância, que por sua vez cria um par de magnons por meio da interação de 3-magnons. Isto dá origem a uma linha de absorção que aparece em valores de campo cerca da metade do campo de FMR, quando a potência de micro-ondas está acima de um limiar. Esta linha é chamada de absorção subsidiária. Finalmente, no processo ilustrado em (c), dois magnons do modo uniforme excitados na FMR, geram um par de magnons  $\vec{k}$ ,  $-\vec{k}$ , resultando numa saturação prematura da ressonância. Estes dois processos foram observados nos anos 50 por Bloembergen, Damon e Wang<sup>26</sup> e explicado posteriormente por Suhl em termos de excitação de magnons, sendo por isso chamados de processos Suhl de 1ª e 2ª ordem. A Figura 25 mostra o comportamento da absorção de micro-ondas em função do campo  $H_0$  com a potência incidente.

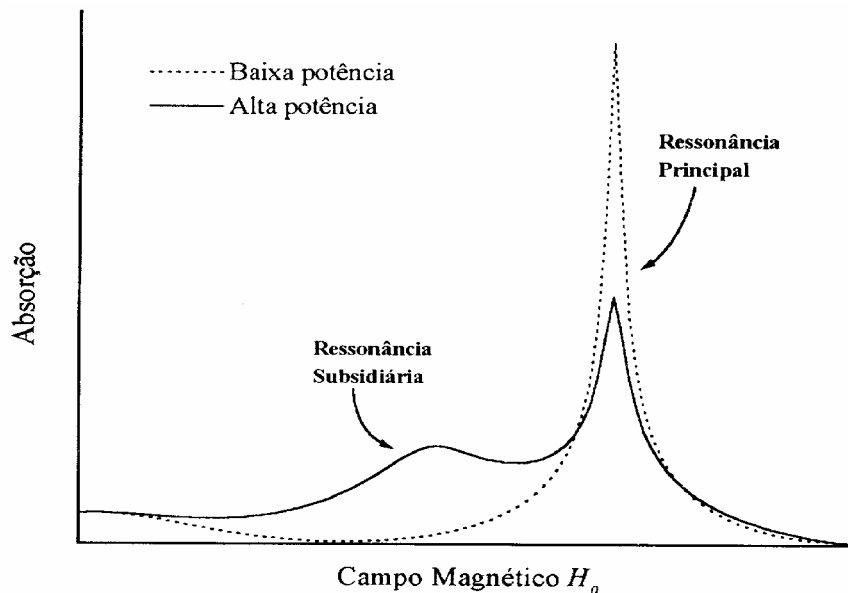


Figura 25: Ilustração do efeito da potência de micro-ondas na absorção de FMR. A absorção subsidiária é devido à interação de 3-magnons (processo de Suhl de 1ª ordem e a saturação da ressonância e devido à interação de 4-magnons (processo de Suhl de 2ª ordem).

<sup>24</sup> F. R. Morgenthaler, Journal of Applied Physics **31**, 95S (1960).

<sup>25</sup> E. Schoemann, J. J. Green and U. Milano, Journal of Applied Physics **31**,386S (1960).

<sup>26</sup> N. Bloembergen and R Damon, Physical Review **85**, 669 (1952); N. Bloembergen and S. Wang, Physical Review **93**, 72 (1954).

Em baixa potência a linha de ressonância é estreita e ocorre em  $H_0 = \omega_0 / \gamma$  numa esfera. Quando a potência aumenta, aparece uma ressonância larga em valores de campo cerca de metade do campo da ressonância principal, enquanto esta alarga e diminui de intensidade. Quando o campo  $h$  de micro-ondas atinge o valor crítico  $h_C$  em qualquer dos processos da Figura 24, um determinado par de mangons  $\vec{k}_1, -\vec{k}_1$ , é excitado dependendo dos valores de  $\omega_p$  e  $H_0$ . Isto resulta num aumento brusco na reflexão da cavidade, devido ao crescimento exponencial dos magnons paramétricos. Como o valor de  $h_C$  depende diretamente da taxa de relaxação, ele varia com  $k$  e portanto com o campo estático  $H_0$ . Figura 26 mostra a variação de  $h_C$  com  $H_0$  no bombeamento paralelo, medida numa esfera de YIG<sup>23</sup>. A curva  $h_C \times H_0$  é conhecida como curva borboleta por conta de sua forma. A quina da curva em  $H_1 = 1540$  Oe, o valor no qual  $k=0$ , e o aumento de  $h_C$  com  $H_0$  a partir dela, decorrem do fato de que para  $H_0 > H_1$ , somente magnons com  $\theta_k < \pi / 2$ , que têm menor elipticidade, são bombeados.

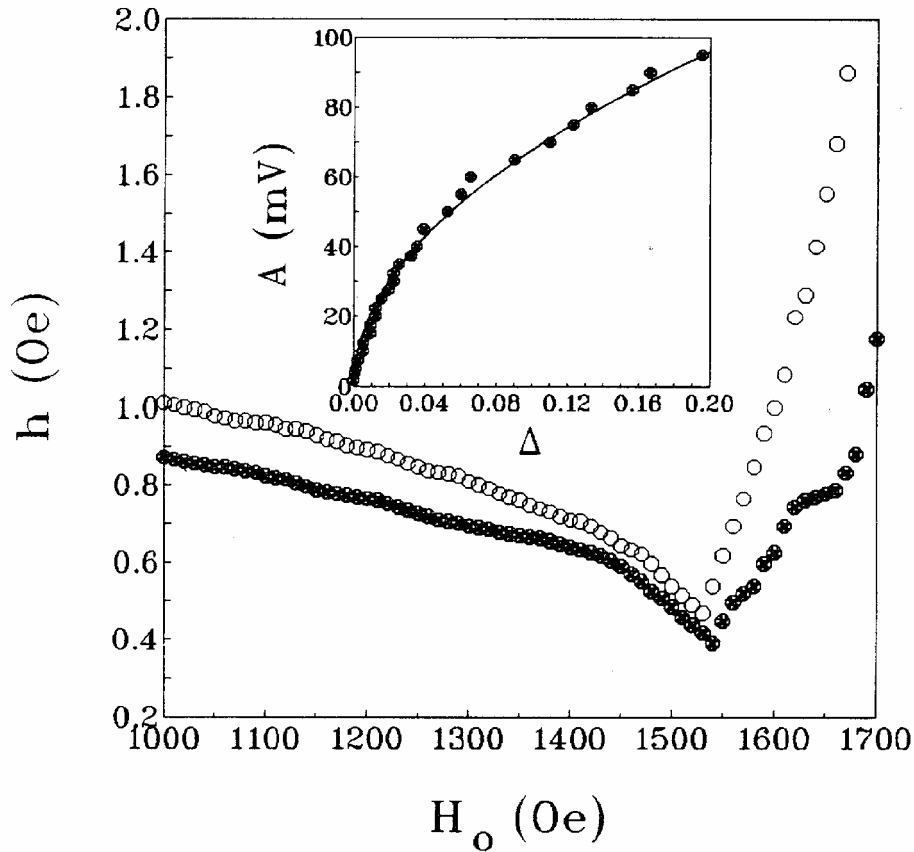


Fig. 3. Threshold field  $h_c(H_0)$  (●) for parallel pumping in a 1 mm YIG sphere aligned with the [111] axis along  $H_0$  and threshold for auto-oscillations  $h'_c(H_0)$  (○). The inset shows the behavior of the oscillation amplitude  $A$  with driving  $\Delta = h/h'_c - 1$  near the onset, with  $H = 1580$  Oe. The solid line is a fit to  $A \propto \Delta^{1/2}$ .

Figura 26: Medida do limiar de excitação paramétrica e do limiar de auto-oscilação em experiência de bombeamento paralelo em esfera de YIG. O destaque mostra a variação da amplitude da auto-oscilação com a intensidade do campo de bombeamento, caracterizando uma bifurcação de Hopf.<sup>23</sup>

Se o campo  $h$  ultrapassar  $h_C$ , outros pares de magnons  $\vec{k}_2, -\vec{k}_2$ , também serão excitados. Como resultado da interação entre os modos 1 e 2, que têm frequências diferentes  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , a reflexão da micro-onda apresenta uma auto-oscilação com frequência aproximadamente  $\omega_2 - \omega_1$ , que situa-se na faixa de centenas de kHz. A Figura 26 também mostra a curva para o limiar de auto-oscilação  $h_1$ , que ocorre quando pelo menos dois modos de magnons são excitados com populações suficientemente grandes. A medida que  $h$  aumenta, a auto-oscilação apresenta uma seqüência de dobramentos de período e diversas rotas características de caos. A Figura 27 mostra o espectro de frequências numa experiência de bombeamento paralelo em 9.4 GHz numa esfera de YIG<sup>23, 27</sup>, na qual observa-se curiosa rota para o caos.

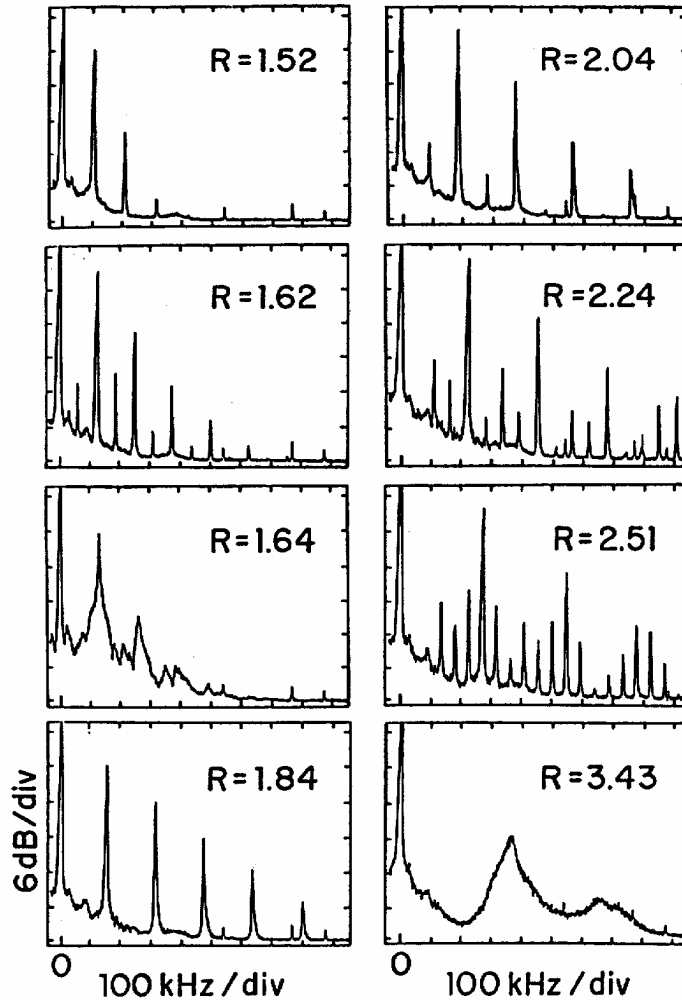


Fig. 13. Power spectra of the experimental scenario in the parallel-pumping experiment described in the text: oscillation at  $f_o \approx 100$  kHz and harmonics  $2f_o$  and  $3f_o$  at  $R = 1.52$ ; bifurcation to  $f_o/2$  at  $R = 1.62$ ; spin-wave turbulence at  $R = 1.64$ ; oscillation at  $f_o \approx 160$  kHz and harmonics  $2f_o, 3f_o, 4f_o$ , and  $5f_o$  at  $R = 1.84$ ; bifurcation to  $f_o/2$  at  $R = 2.04$ ; bifurcation to  $f_o/4$  at  $R = 2.24$ ; power spectra for a period -6 oscillation at  $R = 2.51$ ; chaos at  $R = 3.43$  [Ref. 19].

Figura 27: Espectros de auto-oscilações em experiências de bombeamento paralelo em YIG mostrando rota para o caos.<sup>27</sup>

<sup>27</sup> F.M de Aguiar and S. M. Rezende, Physical Review Letters 56, 1070 (1986)

Diversos outros cenários e rotas para o caos têm sido observados nas três configurações de bombeamento paramétrico, fazendo com que sistemas de ondas de spin sejam um dos mais ricos para o estudo de dinâmica não-linear na física<sup>28, 29</sup>.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que, de alguma forma, participaram dos trabalhos realizados na UFPE e mencionados nessas notas. Agradeço especialmente a José Fermin, Marcos Lucena e Flavia Xavier pelo competente e dedicado trabalho na edição dessas notas. Sou grato ao CNPq, FINEP e MCT pelo apoio financeiro, assim como ao Departamento de Física da UFPE.

## BIBLIOGRAFIA

- M. G. Cottam e D. J. Lockwood, “Light Scattering in Magnetic Solids”, J. Wiley, New York, 1986
- A. P. Guimarães, “Introduction to Magnetism and Magnetic Resonance”, J. Wiley, New York, 1998
- C. Kittel, “Introduction to Solid State Physics”, J. Wiley, New York, 1996
- B. Lax e K. J. Button, “Microwave Ferrites and Ferrimagnetics”, McGraw-Hill Book Co., New York, 1962
- S. M. Rezende, “A Física de Materiais e Dispositivos Eletrônicos”, Ed. UFPE, Recife, 1996
- R.M. White, “Quantum Theory of Magnetism”, Spriger-Verlag, Berlin, 1982

05/08/1999  
Sergio M. Rezende  
Smr@df.ufpe.br

---

<sup>28</sup> S. M. Rezende and A. Azevedo, Physical Review B **45**, 10387 (1992).

<sup>29</sup> F.M de Aguiar, S. Rosenblatt, A. Azevedo and S. M. Rezende, Journal of Applied Physics **85**, 5086 (1999).